ADVANCED NUMBER THEORY SUGGESTION – 2022

M'SC FINAL YEAR

COURTESY BY – PI MATH CLUB

১। যদি p একটি বিজোড় মৌলিক সংখ্যা এবং $(a,p)=1$ হয়, তবে $\left(\frac{a}{p}\right)\equiv a^{\frac{p-1}{2}}(mod\ p)$ - ক্লাস – ০৩- ২০১৮

২। লেজেন্ডার প্রতীক $\left(\frac{a}{p}\right)$, a এর একটি সম্পূর্ণ গৌণিক ফাংশন। - ক্লাস – ০৫- ২০১৫

৩। যদি p একটি বিজোড় মৌলিক সংখ্যা এবং $(a,p)=(b,p)=1$ হয়, তবে $\left(\frac{ab}{p}\right)=\left(\frac{a}{p}\right)\left(\frac{b}{p}\right)$ - ক্লাস – ০৪- ২০২০

৪। যদি p একটি বিজোড় মৌলিক সংখ্যা এবং $(a,p)=1$ হয়, তাহলে $\left(\frac{a}{p}\right)=(-1)^m$- ২০১৯

৫। যদি p ও q দুইটি স্বতন্ত্র বিজোড় মৌলিক সংখ্যা হয়, তবে $\left(\frac{p}{q}\right)\left(\frac{q}{p}\right)=(-1)^{\frac{p-1}{2}.\frac{q-1}{2}}$ - ক্লাস – ০৭ – ২০২০

৬। যদি p একটি বিজোড় মৌলিক সংখ্যা এবং হয়, তবে $\left(\frac{2}{p}\right)=(-1)^{\left[\frac{p+1}{4}\right]}=(-1)^{\frac{p^2-1}{8}}$ - ক্লাস – ১০ – ২০২০

৭। $\left(\frac{608}{743}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। - ক্লাস – ১১- ২০১৯

অথবা, $x^2\equiv 608(mod\ 743)$ অনুসমতাটি সমাধানযোগ্য কিনা স্থির কর।

৮। যদি p একটি বিজোড় মৌলিক সংখ্যা এবং হয়, তবে $\left(\frac{2}{p}\right)=\begin{cases}1 \text{ যখন } p=8n\pm 1\\ -1 \text{ যখন } p=8n\pm 3\end{cases}$ - ক্লাস – ১৩- ২০১৯

৯। গাউসের সহায়িকার সাহায্যে $\left(\frac{5}{13}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।- ক্লাস – ১৪- ২০১৩

১০। দেখাও যে, $x^2\equiv 7(mod\ 31)$ অনুসমতাটির সমাধান বিদ্যমান। এটির সমাধান নির্ণয় কর। - ক্লাস – ২০২০

বি ঃদ্র ঃ অনুসমতার সমাধান নির্ণয় এবং গাউস লেমা সুত্র সম্পর্কিত অংক গুলা থেকে ১/২ টি ১০০% আসবে।

১১। যদি হয় $s > 1$ তবে $\zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1-p^{-s}}$ - ক্লাস – ২১ - ২০১৯

১২। $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^s} = \frac{1}{\zeta(s)}, s > 1$ - - ক্লাস – ২২ - ২০২০

১৩। $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(n)}{n^s} = \frac{\zeta(s-1)}{\zeta(s)}, s > 2$ - - ক্লাস – ২৩- ২০১৬

১৫। প্রমাণ কর যে, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau^2(n)}{n^s} = \frac{\zeta^4(s)}{\zeta(2s)}, s > 1$ - ক্লাস – ২৬ - ২০১৯

16) মৌলিক সংখ্যার উপপাদ্য বর্ণনা কর – ২০২০

১৬। মনে কর, $C(t) = \sum_{n \le t} c_n$ যেখানে $< c_1, c_2, \dots >$ হলো একটি সংখ্যার অনুক্রম। যদি সকল $t \geq 1$ এর জন্য কোনো ফাংশন $f(t)$ অবিচ্ছিন্নভাবে অন্তরীকরণযোগ্য হয়, $f'(t)$ অবিচ্ছিন্ন হয় এবং $c_n = 0$ যখন $n < n_0$ যেখানে $n_0 \geq 1$ তবে, $x > n_0$ এর সকল বাস্তব মানের জন্য।- ২০২০

$\sum_{n \le x} c_n f(n) = C(x)f(x) - \int_{n_0}^{x} C(t)f'(t)dt$ - ক্লাস – ৩৭

১৭। $\sum_{n \le x} \frac{1}{n} = logx + \gamma + O\left(\frac{1}{x}\right)$ যেখানে $x \geq 1$ এবং $\gamma > 0$ ধ্রুবক - ক্লাস – ৩৮

১৮। $\sigma(n)$ এর গড়ক্রম $\frac{\pi^2 n}{6}$ - - ক্লাস – ৩৯- ২০২০

১৯। $\psi(x) = \sum_{p \le x} \left[\frac{\log x}{\log p}\right] \log p$ (2020) - ক্লাস – ২৭

২০। $\psi(x) - \theta(x) < \frac{\sqrt{x}(logx)^2}{2log2}, x \geq 2$ (2020) - ক্লাস – ২৮

২১। $\theta(x)$ এবং $\psi(x)$ এর ক্রম x ,অর্থাৎ $\theta(x) = O(x)$ এবং $\psi(x) = O(x)$ - ক্লাস – ২৯

২২। $\sum_{p \le x} \frac{\log p}{p} = logx + O(l)$ - ক্লাস – ৩০ - ২০২০

২৩। $\sum_{n \le x} \psi\left(\frac{x}{n}\right) = xlogx - x + O(logx)$ - ক্লাস – ৩২

২৪ ।$\psi(x)logx + \sum_{n\leq x}\Lambda(n)\psi\left(\frac{x}{n}\right) = 2xlogx + O(x)$ - - ক্লাস – ৩৩

২৫ । $\sqrt{x}$ পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের মাধ্যমে $\pi(x) - \pi(\sqrt{x})$ এর জন্য একটি সূত্র লিখ এবং তা ব্যবহার করে $\pi(100)$ এবং $\pi(121)$ নিরূপণ কর। - ক্লাস – ৩৪

২৬। যদি $k > 0$ এবং $(h, k) = 1$ হয় তবে দেখাও যে $nk + h, n = 0,1,2,3, \ldots$ আকারের অসংখ্য মৌলিক সংখ্যা পাটিগণিতীয় প্রগমণে রয়েছে। - ক্লাস –

২৭। $Q(\sqrt{m})$ এর পূর্ণসংখ্যাগুলো হলো - ২০২০

i) $\frac{a+b\sqrt{m}}{2}$ যখন $m \equiv 1(mod\ 4)$ অর্থাৎ $m = 4k + 1$ যেখানে, $m \neq 1$ এবং m একটি বর্গমুক্ত পূর্ণসংখ্যা।

ii) $a + b\sqrt{m}$ যখন $m \equiv 2(mod\ 4)$ অথবা, $m \equiv 3(mod\ 4)$ অর্থাৎ $m = 4k + 2$ অথবা $m = 4k + 3$ যেখানে, $m \neq 1$ এবং m একটি বর্গমুক্ত পূর্ণসংখ্যা। - ক্লাস – ৩৩

২৮। দেখাও যে, $Q(\sqrt{2})$ ফিল্ডে অসংখ্য একক রয়েছে। - ক্লাস – ৩৪ - 2019

২৯। $Q(\sqrt{-3})$ এর এককসমূহ নির্ণয় কর। - ক্লাস – ৩৫-2020

৩০) Q(i) এর এককসমূহ বর্ণনা কর। ২০২০