

বিএসসি (অনার্স) প্রথম বর্ষ পরীক্ষা-২০১৫

ক্যালকুলাস-১

বিষয় কোড : ২১৩৭০৩

ক-বিভাগ

১। যেকোনো ১০ টি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ১০ = ১০

(ক) ফাংশনের সংজ্ঞা দাও।

উত্তর : যদি x এবং y দুইটি অশূন্যক সেট এবং f এরূপ একটি নিয়ম হয় যে প্রত্যেক $x \in X$ এর জন্য একটি অনন্য $y \in Y$ পাওয়া যায় তবে f কে X সেট হতে Y সেটে একটি ফাংশন বলে।

(খ) $y = \ln x$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর।উত্তর : ডোমেন $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

(গ) ফ্রিবক ফাংশন কাকে বলে?

উত্তর : যদি কোনো ফাংশন এমন হয় যে, ডোমেনের সকল মানের জন্য $f(x) = c$ হয়। তবে $f(x)$ কে ফ্রিবক ফাংশন বলে।

(ঘ) প্রতিডেরিভেটিভ বলতে কী বুঝ?

উত্তর : একটি ফাংশন $f(x)$ কে কোনো প্রদত্ত ব্যবধিতে বর্ণিত ফাংশন $g(x)$ এর প্রতিডেরিভেটিভ বলা হবে যদি ঐ ব্যবধির সকল x এর জন্য $\frac{d}{dx}[f(x)] = g(x)$ হয়।

(ঙ) ইনফ্লেকশন বিন্দু কী?

উত্তর : যদি $f(x)$ ফাংশন x_0 বিন্দুকে ধারণকারী কোনো খোলা ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন হয় এবং ঐ বিন্দুতে $f(x)$ এর অবতলতার দিক পরিবর্তিত হয় তবে x_0 কে $f(x)$ এর ইনফ্লেকশন বিন্দু বলে।

(চ) অনির্ণেয় $\frac{0}{0}$ আকার বলতে কী বুঝ?

উত্তর : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ সীমার যদি $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \rightarrow 0$ এবং $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \rightarrow 0$

হয়, তবে $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ সীমা $\frac{0}{0}$ আকার হয় যা অর্থহীন। কিন্তু এর অর্থ এই নয় যে এর মান (সীমা) নির্ণয় করা যাবে না। এই রূপ $\frac{0}{0}$ আকারকে অনির্ণেয় আকার বলে।

(ছ) সমাকলন ফ্রিবক কী?

উত্তর : যদি $f(x)$ এর ইন্টিগ্রাল $F(x)$ হয় তবে যে কোনো ফ্রিবক c এর জন্য $F(x) + c$ ও $f(x)$ এর ইন্টিগ্রাল হবে।

$\therefore \int f(x) dx = F(x) + c$ । c কে ইন্টিগ্রেশনের ফ্রিবক বলে।

(জ) শূন্য ফাংশনের ইন্টিগ্রাল কত?

উত্তর : ফ্রিবক ফাংশন।

(ঝ) গামা ফাংশন এবং ফ্যাক্টোরিয়াল ফাংশনের সম্পর্ক লিখ।

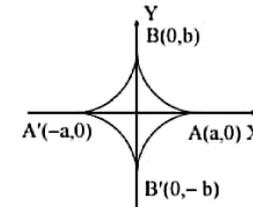
উত্তর : $\Gamma(n+1) = n!$; $n \in \mathbb{N}$ ।

(ঞ) অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণযোগ্যতার সম্পর্ক কী?

উত্তর : সকল অন্তরীকরণযোগ্য ফাংশনই অবিচ্ছিন্নতা কিন্তু সকল অবিচ্ছিন্ন ফাংশন অন্তরীকরণযোগ্য নাও হতে পারে।

(ট) $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$ দ্বারা কী নির্দেশিত হয়? চিত্র আঁক।

উত্তর : হাইপো-সাইক্লয়েড নির্দেশ করে।

(ঠ) $r = a \cos 4\theta$ বক্ররেখার কয়টি ফাঁক আছে?উত্তর : $r = a \cos 4\theta$ এর আটটি ফাঁক আছে।

খ-বিভাগ

যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৪ × ৫ = ২০

২। $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।৩। $x^y = y^x$ হলে $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর।৪। যদি $y = x^n \ln x$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $y_{n+1} = \frac{n!}{x}$

৫। প্রমাণ কর যে, অন্তরীকরণযোগ্য ফাংশন সর্বদা অবিচ্ছিন্ন।

৬। $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$ এর মান নির্ণয় কর।৭। $\int \tan^n x \, dx$ এর লঘুকরণ সূত্র প্রতিষ্ঠা কর।৮। প্রমাণ কর যে, $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ ৯। $3ay^2 = x(x - a)^2$ বক্ররেখার একটি ফাঁসের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।১৩। মূল নিয়মের x এর সাপেক্ষে $\ln(\sin x)$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।

১৪। গরিষ্ঠ অথবা লঘিষ্ঠ মান বিদ্যমানতার প্রয়োজনীয় শর্ত বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।

১৫। ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাসের মৌলিক উপপাদ্য বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।

১৬। প্রমাণ কর যে, $\beta(m, n) = \frac{\Gamma m \Gamma n}{\Gamma m + n}$ ১৭। $r = a(1 + \cos \theta)$ এবং $r = a(1 - \cos \theta)$ কার্ভিগুয়েডের সাধারণ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ

যে কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১০ × ৫ = ৫০

১০। নিম্নলিখিত ফাংশনের ডোমেন, রেঞ্জ এবং লেখচিত্র কর।

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{যখন } x \leq 0 \\ x & \text{যখন } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{যখন } x \geq 1 \end{cases}$$

১১। প্রমাণ কর যে, $f(x) = |x - 3|$ ফাংশনটি $x = 3$ ব্যতীত সর্বত্র অন্তরীকরণযোগ্য।

১২। লিবনীজের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর।