



Analytic and Vector Geometry Suggestion - 2023

১। অক্ষদ্বয়ের দিক অপরিবর্তিত রাখিয়া মূলবিন্দুকে $(1, -1)$ বিন্দুতে স্থানান্তর করিলে পরিবর্তিত অক্ষদ্বয়ের সাপেক্ষে $ax^2 + by + c = 0$ সমীকরণের রূপান্তরিত সমীকরণ নির্ণয় কর।

২। $19x^2 + 5xy + 7y^2 - 13 = 0$ সমীকরণ হইতে xy পদ অপসারণ করিয়া রূপান্তরিত সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩। মূলবিন্দুকে $(2, 3)$ বিন্দুতে স্থানান্তর করিয়া অক্ষদ্বয়কে 45° কোণে আবর্তন করিলে তখন $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 18x - 22y + 50 = 0$ সমীকরণের রূপান্তরিত সমীকরণ নির্ণয় কর।

৪। $17x^2 + 18xy - 7y^2 - 16x - 32y - 18 = 0$ সমীকরণ হইতে x, y এবং xy যুক্ত পদগুলি অপসারণ করিয়া রূপান্তরিত সমীকরণ নির্ণয় কর।

৫। যদি সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ একজোড়া সরলরেখা প্রকাশ করে তবে প্রমাণ কর যে

$$\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$$

আরও প্রমাণ কর যে, সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{hf-bg}{ab-h^2}, \frac{gh-af}{ab-h^2}\right)$

৬। দেখাও যে, $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ দ্বারা প্রকাশিত সরলরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণসমূহের সমদ্বিখন্ডক রেখাদ্বয়ের সমীকরণ $\frac{x^2-y^2}{a-b} = \frac{xy}{h}$

৭। প্রমাণ কর যে, x ও y এর সমমাত্রিক দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ একজোড়া মূলবিন্দুগামী সরলরেখা প্রকাশ করে।

৮। প্রমাণ কর যে, $x^2 + 6xy + 9y^2 + 4x + 12y - 5 = 0$ একজোড়া সমান্তরাল সরলরেখা প্রকাশ করে এবং ইহাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ।

৯। সমমাত্রিক দ্বিঘাত সমীকরণ $x^2 - 10xy + 9y^2 = 0$ প্রকাশিত সরলরেখাগুলির মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।



১০। যদি $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশিত দুইটি সরলরেখা এবং $lx + my = 1$ সরলরেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ সমকোণী হয় তবে প্রমাণ কর যে, $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$

১১। যদি $ax^4 + bx^3y + cx^2y^2 + dxy^3 + ay^4 = 0$ দ্বারা প্রকাশিত সরলরেখাগুলির দুইটি, অপর দুইটির অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডক হয় তবে প্রমাণ কর যে $c + 6a = 0$ এবং $b + d = 0$

১২। l_1, m_1, n_1 এবং l_2, m_2, n_2 দিক-কোসাইন সরলরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হইলে প্রমাণ কর যে, $\cos\theta = l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2$

আরও সরলরেখার পরস্পর লম্ব এবং সমান্তরাল হওয়ার শর্ত নির্ণয় কর।

১৩। যে সরলরেখা অক্ষত্রয়ের সহিত সমান কোণ উৎপন্ন করে তাহার দিক-কোসাইন নির্ণয় কর। কোণগুলি প্রত্যেকটি α হইলে দেখাও যে $\sin\alpha = \pm\sqrt{2/3}$

১৪। দুটি সরলরেখার দিক-কোসাইন $2l + 2m - n = 0$ এবং $lm + mn + nl = 0$ দ্বারা নির্দেশিত হইলে রেখাদ্বয়ের দিক-কোসাইন নির্ণয় কর। দেখাও যে, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব।

১৫। দুইটি সরলরেখার দিক-কোসাইন $al + bm + cn = 0$ এবং $ul^2 + vm^2 + wn^2 = 0$ দ্বারা নির্দেশিত হইলে প্রমাণ কর যে রেখাদ্বয় লম্ব হইবে যদি $a^2(v + w) + b^2(w + u) + c^2(u + v) = 0$ হয় এবং সমান্তরাল হইবে যদি $\frac{a^2}{u} + \frac{b^2}{v} + \frac{c^2}{w} = 0$

১৬। দেখাও যে, একটি ঘনকের দুইটি কর্ণের অন্তর্গত কোণ $\cos^{-1}(1/3)$

১৭। যদি কোন সরলরেখা একটি ঘনকের চারটি কর্ণের সহিত $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ কোণ উৎপন্ন করে তবে দেখাও যে,

i) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = 4/3$

ii) $\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + \sin^2\delta = 8/3$

১৮। $(2, 2, 1)$ এবং $(9, 3, 6)$ বিন্দুগামী এবং $2x + 6y + 6z + 9 = 0$ সমতলের উপর লম্ব সমতলের সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৯। $2x - 3y - 6z - 14 = 0$ সমতলের সমান্তরাল এবং মূলবিন্দু হইতে ৫ একক দূরবর্তী সমতলের সমীকরণ নির্ণয় কর।



২০। যদি একটি চলমান সমতল মূলবিন্দু হইতে সর্বদা p দূরত্বে থাকে এবং স্থানাঙ্কের অক্ষত্রয়কে A, B, C বিন্দুতে ছেদ করে তবে দেখাও যে $OABC$ চতুর্ভুজের ভরকেন্দ্রের সঞ্চারণ পথের সমীকরণ $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 16p^{-2}$

২১। যদি একই মূলবিন্দুর সাপেক্ষে দুই শ্রেণীর আয়তাকার অক্ষত্রয়কে কোনো সমতল a, b, c এবং a_1, b_1, c_1 দূরত্বে ছেদ করে তবে দেখাও যে $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{b_1^2} + \frac{1}{c_1^2}$

২২। দেখাও যে $3x + 4y - z - 7 = 0$ সমতলের উপর লম্ব এবং $(1, 2, 3)$ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{-1}$

২৩। দেখাও যে $\frac{x-5}{4} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+3}{-5}$ এবং $\frac{x-8}{7} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{3}$ সরলরেখা দুইটি সমতলীয় এবং ঐ সমতলের সমীকরণ $17x - 47y - 24z + 172 = 0$

২৪। $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{6}$ সরলরেখা এবং $4x - 3y + 2z + 6 = 0$ সমতলের ছেদবিন্দু এবং $(1, 1, 1)$ বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

২৫। $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{4}$ এবং $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ সরলরেখা দুইটির মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং ন্যূনতম দূরত্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৬। $(0, 0, 0), (a, 0, 0), (0, b, 0)$ এবং $(0, 0, c)$ বিন্দুগামী গেলে সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৭। $x - 2y + 2z - 1 = 0$ সমতলকে স্পর্শকারী এবং $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - y + 3z + 12 = 0, 2x + 3y - 7z - 10 = 0$ বৃত্তগামী গোলকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৮। যে গোলকের $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0, 2x + 3y - 4z - 8 = 0$ বৃত্তটি বৃহত্তম বৃত্ত তাহার সমীকরণ নির্ণয় কর।

২৯। তিনটি ভেক্টরের গুণন $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

৩০। দেখাও যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর লম্ব।

৩১। দেখাও যে, অর্ধবৃত্ত কোণ সমকোণ।



৩২। নিচের ভেক্টরদ্বয়ের প্রত্যেকটির উপর লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয়কর। ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের সাইন নির্ণয় কর।

i) $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

ii) $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$

৩৩। দেখাও যে, $[\vec{a} + \vec{b} \vec{b} + \vec{c} \vec{c} + \vec{a}] = 2[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$

৩৪। দেখাও যে, $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{0}$

কিছু বিশেষ কথা ঃ-

** কণিক থেকে ১০ মার্ক ১০০% আসবে। এখানে কোনো অংক দেয়া হয়নি। শুধু নিয়ম গুলা ভালো করে দেখবেন।

** সরলরেখার নিয়ম ভালো করে দেখবেন।

** সমতল এর নিয়ম ভালো করে দেখবেন।

** ভেক্টরের নিয়ম ভালো করে দেখবেন।



Pi Math Club

A Platform of Honours Math
01628885434



Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)