

## জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরিক্ষা-২০১৪

বিষয় : নন মেজর (ক্যালকুলাস-১)

বিষয় কোড : 213711

সময় : ২.৩০ ঘণ্টা

পূর্ণমান : ৪০

দ্রষ্টব্য : প্রত্যেক বিভাগের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।

## ক-বিভাগ

১। যেকোনো আটটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ৮ = ৮

(ক) অভেদ ফাংশন কাকে বলে?

[What is identity function?]

উত্তর :  $f(x) = x$  সূত্র দ্বারা সঞ্জায়িত  $f: A \rightarrow A$  ফাংশন অভেদ ফাংশন বলে।

(খ) ফাংশনের সীমার অস্তিত্ব বলতে কী বুঝ?

[What do you mean by existence of limit of a function?]

উত্তর : যদি  $\lim_{h \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{h \rightarrow a^-} f(x) = l$  হয়, তবে  $x = a$  বিন্দুতে ফাংশনের সীমার অস্তিত্ব আছে যেখানে
$$\lim_{h \rightarrow a^+} f(x) = l$$
 আবার,  $\lim_{h \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{h \rightarrow a^-} f(x)$  হলে  $x = a$  বিন্দুতে ফাংশনের সীমায় অস্তিত্ব নাই।

(গ) অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণ যোগ্যতার মধ্যে সম্পর্ক কী?

[What is the relation between continuity and differentiability?]

উত্তর :  $x = a$  বিন্দুতে  $f(x)$  অন্তরীকরণ যোগ্য হলে ঐ বিন্দুতে ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন হবে।(ঘ) কোন শর্তে  $y = f(x)$  ফাংশনটি  $x = a$  বিন্দুতে ক্রমহ্রাসমান হবে?[Which is the condition where the functions  $y = f(x)$  is decreasing at  $x = a$ ?]উত্তর : যদি  $f'(a) < 0$  হয় তবে  $x = a$  বিন্দুতে  $y = f(x)$  ফাংশনটি ক্রমহ্রাসমান হবে।

(ঙ) কোনো সরলরেখার উপরস্থ যে কোনো বিন্দুতে স্পর্শক বলতে কী বুঝ?

[What do you mean by the tangent of a straight line at any point?]

উত্তর : কোনো সরল রেখার উপরস্থ যে কোন বিন্দুতে স্পর্শক ঐ সরলরেখা নিজেই।

(চ)  $f(x)$  ফাংশনের  $n$  ক্রমের টেলর বহুপদী কাকে বলে?[What is then - order Taylor polynomial of a function  $f(x)$ ?]উত্তর : যদি  $x = a$  বিন্দুর প্রতিবেশ  $f(x), f'(x), f''(x), \dots, f^{(n)}(x)$  বিদ্যমান হয় তবে  $f(x)$  ফাংশনের  $n$  ক্রমের বা  $n$  তম টেলর বহুপদী;

$$P_n(x) = f(a) + (x - a) f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x - a)^n}{n!} f^{(n)}(a).$$

(ছ) শূন্য ফাংশনের প্রতিভেরিভেটিভ বা ইন্টিগ্রাল কতো?

[What is the antiderivative or integral of zero function?]

উত্তর : শূন্য ফাংশনের প্রতিভেরিভেটিভ বা ইন্টিগ্রাল দ্রবক ফাংশন। অর্থাৎ

$$\int 0 dx = c$$

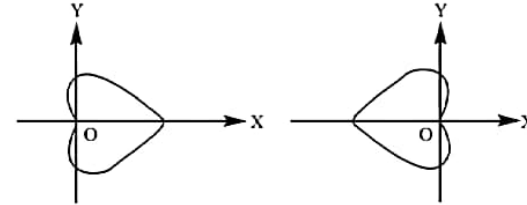
(জ) বিটা ও গামা ফাংশনের মধ্যকার সম্পর্কটি লিখ।

[Write the relation between beta and gamma function.]

$$\text{উত্তর : বিটা ও গামা ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক } \beta(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}.$$

(ঝ)  $r = a(1 + \cos\theta)$  এবং  $(1 - \cos\theta)$  এর বক্ররেখা অংকন কর।[Draw the curves  $r = a(1 + \cos\theta)$  and  $r = a(1 - \cos\theta)$ ]

উত্তর : নিম্নে প্রদত্ত বক্ররেখাদ্বয় অংকন করা হল

(ঞ)  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$  এর মান লিখ।[Write down the value of  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ .]

$$\text{উত্তর : } \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1}(x/a) + c.$$

খ-বিভাগ

যেকোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৪ × ৩ = ১২

২।  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x^2 + 3}$  ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

৩। দেখাও যে,  $f(x) = |x| + |x-1|$  ফাংশনটি  $x=0$  এবং  $x=1$  বিন্দু ব্যতীত সর্বত্র অন্তরীকরণযোগ্য।

৪।  $y = a \cos(\ln x) + b \sin(\ln x)$  হলে দেখাও যে,  $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$

৫। মান নির্ণয় কর :

$$(ক) \int_0^{\pi/4} \ln(1 + \tan\theta) d\theta;$$

$$(খ) \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt{(x-3)(4-x)}}.$$

৬।  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  বক্ররেখার একটি ফাঁসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ

যেকোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১০ × ২ = ২০

৭।  $x = a$  বিন্দুতে একটি ফাংশনের অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণযোগ্যতা বলতে কী বুঝ? মনে কর,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 1 + \sin x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2 + (x - \frac{\pi}{2})^2, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

দেখাও যে,  $x = \frac{\pi}{2}$  বিন্দুতে  $f(x)$  অবিচ্ছিন্ন ও অন্তরীকরণযোগ্য।

৮। মধ্যমান উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

৯। (ক)  $2x^3 + 7x^2 - x - 1$  কে  $x-2$  এর শক্তিতে বিভক্ত কর।

(খ)  $\sin x$  কে  $(x - \frac{\pi}{2})$  এর শক্তিতে ল্যাগরঞ্জের অবশিষ্টাকারে সসীম ধারায় বিভক্ত হয়।

১০। যে কোনো দুইটির মান নির্ণয় কর :

$$(ক) \int_0^{\pi} \frac{x \, ds}{1 + \cos^2 x};$$

$$(খ) \int_0^{\pi} x \sin^2 x \, dx;$$

$$(গ) \int_0^{\pi} x \cos^4 x \, dx.$$