

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরীক্ষা-২০১৭

বিষয় : নন মেজর (ক্যালকুলাস-১)

বিষয় কোড : ২১৩৭১১

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান-৪০

[দ্রষ্টব্য : প্রত্যেক বিভাগ হতে প্রশ্নের উত্তরগুলো ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।]

ক-বিভাগ

১। নিচের যেকোনো ৮টি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ৮ = ৮

(ক) $y = \frac{x}{|x|}$; $x \neq 0$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?

[What is the range of $y = \frac{x}{|x|}$; $x \neq 0$?

উত্তর : $f(x) = \frac{x}{|x|}$

$x < 0$ এর জন্য $f(x) = \frac{x}{-x} = -1$

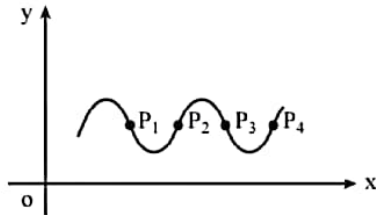
$0 < x$ এর জন্য $f(x) = \frac{x}{x} = 1$

∴ রেঞ্জ, $R_f = \{-1, 1\}$

(খ) ইনফ্লেকশন বিন্দু কী?

[What is the inflection point?]

উত্তর : ইনফ্লেকশন বিন্দু : চিত্রে P_1, P_2, P_3, P_4 বিন্দুতে ফাংশনটি উর্ধ্ব কনকেভ বা নিম্ন কনকেভ নয়। বিন্দুগুলোকে ইনফ্লেকশন বিন্দু বলে।



(গ) প্রথম গড়মান উপপাদ্যটি বর্ণনা কর।

[State the first mean value theorem.]

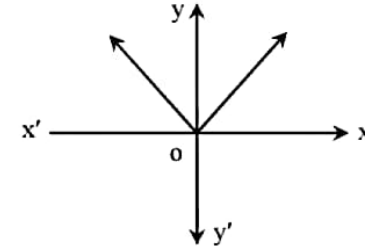
উত্তর : যদি $y = f(x)$ ফাংশন $[a, b]$ বন্ধ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন এবং (a, b) খোলা ব্যবধিতে অন্তরীকরণযোগ্য হয় তবে অন্তত একটি সংখ্যা $c \in (a, b)$ পাওয়া যাবে,

যেখানে $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

(ঘ) $y = |x|$ ফাংশনটির চিত্র অঙ্কন কর।

[Sketch the figure of $y = |x|$.]

উত্তর : $y = |x|$ এর লেখচিত্র।



(ঙ) $r = a \cos 8\theta$ এর কয়টি ফাঁস আছে?

[How many loops are in $r = a \cos 8\theta$?

উত্তর : $r = a \cos 8\theta$ এর $2.8 = 16$ টি ফাঁস আছে।

(চ) ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাসের মৌলিক উপপাদ্যটি লিখ।

[State the fundamental theorem of integral calculus.]

উত্তর : যদি $f(x)$ ফাংশন $[a, b]$ বন্ধ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন এবং $f(x)$ এর প্রতি অন্তরক

$F(x)$ হয়, তবে $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

(ছ) ওয়েলির সূত্রটি লিখ।

[Write the wall's formula.]

উত্তর : $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$

$$= \begin{cases} \frac{(n-1)(n-3)\dots\dots 5.3.1}{n(n-2)\dots\dots 6.4.2} \cdot \frac{\pi}{2} & \text{যখন } n \text{ জোড়} \\ \frac{(n-1)(n-3)\dots\dots 6.4.2}{n(n-2)\dots\dots 5.3.1} & \text{যখন } n \text{ বেজোড়} \end{cases}$$

(জ) $f(x)$ ফাংশনটির বিজোড় ফাংশন হলে, $\int_{-a}^a f(x) dx$ এর মান কত?

[If $f(x)$ is an odd function, then what is the value of $\int_{-a}^a f(x) dx$.]

উত্তর : $f(x)$ ফাংশনটি বিজোড় ফাংশন হলে $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

(ঝ) চরমমান কী?

[What is the extrem value?]

উত্তর : চরমমান : ফাংশনের গরিষ্ঠমান বা লঘিষ্ঠমানকে একত্রে চরমমান বলে।

(ঞ) যদি $y = e^{3x}$ হয়, তবে $(y_n)_0$ কত?

[If $y = e^{3x}$, then what is $(y_n)_0$?

উত্তর : $y = e^{ax}$

$\Rightarrow y_n = e^{ax} \cdot a^n$

$\Rightarrow (y_n)_0 = e^0 \cdot a^n$

$\Rightarrow (y_n)_0 = a^n$.

খ-বিভাগ

যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৪ × ৫ = ২০

২। $f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{যখন } -1 \leq x < 0 \\ 1-x, & \text{যখন } 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{যখন } 1 < x \end{cases}$ প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ এর ডোমেন এর রেঞ্জ নির্ণয়

কর।

$f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{when } -1 \leq x < 0 \\ 1-x & \text{when } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{when } 1 < x \end{cases}$ Find domain and range of the given function $f(x)$.

৩। $\tan^{-1}x$ এর সাপেক্ষে $\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x}$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।

[Differentiate $\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x}$ with respect to $\tan^{-1} x$.]

৪। সমাকলন কর : (i) $\int \frac{2x+1}{x^2+x-2} dx$;

(ii) $\int (2x-1)\sqrt{3+2x-x^2} dx$

৫। $\int \sin^n x dx$ এর লঘুকরণ সূত্র প্রতিষ্ঠা কর।

[Find the reduction formula for $\int \sin^n x dx$]

৬। $x^2 + y^2 = 25$ বৃত্তটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

[Find the perimeter of the circle $x^2 + y^2 = 25$.]

গ-বিভাগ

যেকোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৭ × ৫ = ৩৫

৭। (ক) $y = x^3 \ln x$ হলে, y_n নির্ণয় কর।

[(a) If $y = x^3 \ln x$, then find y_n .]

(খ) $y = e^m \cos^{-1} x$ হলে, প্রমাণ কর যে, $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)x y_{n+1} - (n^2 + m^2)y_n = 0$.

[(b) If $y = e^m \cos^{-1} x$ then prove that, $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)x y_{n+1} - (n^2 + m^2)y_n = 0$.]

৮। (ক) $f(x) = |x| + |x - 1|$ হলে, $x = 1$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশনের অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণযোগ্য যাচাই কর।

[(a) If $f(x) = |x| + |x - 1|$, then verify the continuity and differentiability of $f(x)$ at $x = 1$.]

(খ) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$ ফাংশনটির গরিষ্ঠমান ও লঘিষ্ঠমান নির্ণয় কর।

[(b) Find the maximum and minimum values of the function. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$.]

৯। ল্যাঙ্গ্রাঞ্জ আকারের অবশেষসহ টেলর উপপাদ্যের বর্ণনা ও প্রমাণ দাও।

[State and prove Tadylor's thorem with lagange's form of remainder.]

১০। (ক) (i) সমাকলন কর : $\int \frac{(\sin^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

(ii) মান নির্ণয় কর : $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$.

(খ) $y^2 = 4ax$ এবং $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তদ্বয়ের সাধারণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[(b) Find the common area to the two parabolas $x^2 = 4ay$ and $y^2 = 4ax$.]