

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরীক্ষা-২০১৮

[২০১৩-২০১৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় : নন মেজর (ক্যালকুলাস-১)

বিষয় কোড : ২১৩৭১১

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৪০

[দ্রষ্টব্য : একই বিভাগের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।

প্রয়োজনে চিহ্নিত চিত্র দিতে হবে।]

ক-বিভাগ

১। যেকোনো আটটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ৮ = ৮

(ক) $y = \sec x$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?[What is the range of the function $y = \sec x$?]উত্তর : $y = \sec x$ এর রেঞ্জ $y \leq -1, y \geq 1$.

(খ) ফাংশনের সীমার অস্তিত্ব বলতে কী বুঝ?

[What do you mean by existence of limit of function?]

উত্তর : যদি $\lim_{h \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{h \rightarrow a^-} f(x) = l$ হয়, তবে $x = a$ বিন্দুতে ফাংশনের সীমারঅস্তিত্ব আছে যেখানে $\lim_{h \rightarrow a^+} f(x) = l$ আবার, $\lim_{h \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{h \rightarrow a^-} f(x)$ হইলে $x = a$ বিন্দুতে ফাংশনের সীমায় অস্তিত্ব নাই।(গ) $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশনের অন্তরীকরণযোগ্য হওয়ার শর্তসমূহ লেখ।[Write the conditions for differentiability of $f(x)$ at $x = a$.]উত্তর : কোনো বিন্দুতে ফাংশনের বাম অন্তরজ ও ডান অন্তরজ বিদ্যমান ও সমান হলে ঐ বিন্দুতে ফাংশনকে অন্তরীকরণযোগ্য বলে। অর্থাৎ $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ কে অন্তরীকরণযোগ্য বলা হবে যদি $Lf'(a) = Rf'(a)$ হয়।(ঘ) কোন বিন্দুতে $y = x^2$ এর স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল হইবে?[Which is the point where the tangent line of $y = x^2$ is parallel to x axis?]উত্তর : এখানে $y = x^2 \therefore \frac{dy}{dx} = 2x$ যেহেতু $x = 0$ বিন্দুতে $\frac{dy}{dx} = 0$. সুতরাং $x = 0$ বিন্দুতে $y = x^2$ এর স্পর্শক x

অক্ষের সমান্তরাল হবে।

(ঙ) লিবনিজের উপপাদ্যের বর্ণনা দাও।

[State the Leibnitz's theorem.]

উত্তর : যদি $u = u(x)$ এবং $v = v(x)$ উভয়ই x এর সাপেক্ষে n সংখ্যক পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণযোগ্য হয় তবে $(uv)_n = u_n v + {}^n C_1 u_{n-1} v_1 + {}^n C_2 u_{n-2} v_2 + \dots + uv_n$ যেখানে u ও v এর সূচক সমূহ x এর সাপেক্ষে উহাদের অন্তরীকরণ শর্ত নির্দেশ করে।(চ) $\int \frac{\tan(\ell n x)}{x} dx =$ কত?[$\int \frac{\tan(\ell n x)}{x} dx = ?$]উত্তর : $\ell n \sec(\ell n x) + c$.

(ছ) যোগজীকরণের লঘুকরণ সূত্র কী?

[What is the reduction formula of integration?]

উত্তর : অংশক্রম ইন্টিগ্রেশন এর সাহায্যে ধাপে ধাপে ইন্টিগ্রাল ফাংশনের ঘাত লঘু বা হ্রাস করার পদ্ধতিকে যোগজীকরণের লঘুকরণ সূত্র বলে।

(জ) কোনো বিন্দুতে ক্রমহ্রাসমান ফাংশন বলতে কী বুঝ?

[What do you mean by decreasing function at a point?]

উত্তর : যদি $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশনের ক্ষেত্রে $\lim_{h \rightarrow 0^-} f(a + n) > f(a) > \lim_{h \rightarrow 0^+} f(a + n)$ হয় তাহলে $x = a$ বিন্দুতে ফাংশনটির ক্রমহ্রাসমান ফাংশন হয়।

(ঝ) অপ্রকৃত ইন্টিগ্রাল বলতে কী বুঝ?

[What do you mean by improper Integral?]

উত্তর : এক নির্দিষ্ট ইন্টিগ্রাল $\int_a^b f(x) dx$ কে অপ্রকৃত ইন্টিগ্রাল বলা হবে যদিইন্টিগ্রালের লিমিট a এবং b এর কম্পনে একটি অসীম হয় অথবা যদি $a \leq x \leq b$ ব্যবধির এক বা একাধিক বিন্দুতে ইন্টিগ্রাল $f(x)$ বিচ্ছিন্ন বা অসীমায়িত হয়।

(ঞ) স্বকীয় সমীকরণ কী?

[What is the intrinsic equation?]

উত্তর : কোন বক্ররেখার উপরস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হতে মধ্যকার চাপের দৈর্ঘ্য S ও চলমান বিন্দুতে সহিত ψ কোণ উৎপন্ন করলে S এবং ψ সম্পর্ককে রেখাটির স্বকীয় সমীকরণ বলে।

খ-বিভাগ

যেকোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৪ × ৩ = ১২

২। $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং লেখচিত্র অঙ্কন কর।

[Find domain and range of the function $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ and draw the graph.]

৩। প্রথম মধ্যমান উপপাদ্যটি বর্ণনা কর ও প্রমাণ কর।
[State and prove First Mean Value theorem.]

৪। যদি $y = e^{ax} \sin (bx + c)$ হয় তবে দেখাও যে,

$$Y_n = (a^2 + b^2)^{\frac{n}{2}} e^{ax} \sin \left(bx + c + n \tan^{-1} \frac{b}{a} \right)$$

[If $y = e^{ax} \sin (bx + c)$ then show that,

$$Y_n = (a^2 + b^2)^{\frac{n}{2}} e^{ax} \sin \left(bx + c + n \tan^{-1} \frac{b}{a} \right)$$

৫। সমাকলন কর : (i) $\int \frac{dx}{x^2 + 1}$;

$$(ii) \int \frac{x}{1 + \cos x}$$

৬। $r = 2(1 - \cos \theta)$ কার্ডিঅয়েডের পরিসীমা নির্ণয় কর।

[Find the perimeter of the cardioide $r = 2(1 - \cos \theta)$.]

গ-বিভাগ

যেকোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১০ × ২ = ২০

৭। $x = 1$ এবং $x = -3$ বিন্দুতে নিম্নলিখিত ফাংশনটির অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণযোগ্যতা আলোচনা কর : $f(x) = |x - 1| + |x + 3|$.

[Discuss the continuity and differentiability at $x = 1$ and $x = -3$ of the following function $f(x) = |x - 1| + |x + 3|$.]

৮। (ক) $2x^3 + 7x^2 - x - 1$ কে $(x - 2)$ এর শক্তি ধারা বিস্তৃত কর।

[Expand $2x^3 + 7x^2 - x - 1$ in power of $(x - 2)$.]

(খ) $\int \tan^n x dx$ এর লঘুকরণ সূত্রটি প্রতিষ্ঠা কর। অতঃপর $\int \tan^7 x dx$ এর সমাকলন কর।

[Establish a reduction formula of $\int \tan^n x dx$. Hence integrate $\int \tan^7 x dx$.]

৯। (ক) মান নির্ণয় কর : (i) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x} dx$;

$$(ii) \int_0^{\pi} \frac{dx}{(2 + \cos x)^2}$$

(খ) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ এস্টেরয়েড দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রকে x -অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরালে উৎপন্ন তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[Find the area of the surface revolutioning the asteroid $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ about x-axis.]

১০। রোলের উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।
[State and prove Rolle's theorem.]