

## জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরীক্ষা-২০১৯

নন-মেজর গণিত &gt; বিষয় : ক্যালকুলাস-১

[২০১৩-২০১৪ সালের সিলেবাস অনুযায়ী]

বিষয় কোড : ২১৩৭১১

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৪০

বিশেষ দ্রষ্টব্য : প্রতিটি বিভাগের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।]

## ক-বিভাগ

১। যেকোনো আটটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ৮ = ৮

(ক)  $y = \ln x$  ফাংশনের ডোমেন কত?[What is the domain of the function  $y = \ln x$ .]উত্তর :  $y = \ln x$  ফাংশনের ডোমেন  $Df = \{x : x > 0\} = \{0, \infty\}$ (খ)  $(\delta - \epsilon)$  এর সাহায্যে ফাংশনের সীমার সংজ্ঞা দাও।[Define limit of a function using  $(\delta - \epsilon)$ .]উত্তর : যদি যে কোনো  $\epsilon > 0$  এর জন্য  $\epsilon$  এর উপর নির্ভরশীল অপর একটি ক্ষুদ্র সংখ্যা  $\delta > 0$  বিদ্যমান থাকে যেন,  $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \epsilon$  হয় একে  $l$  কে  $f(x)$ এর সীমা বলা হয় এবং একে  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  দ্বারা প্রকাশ করা হয়।(গ)  $x = a$  বিন্দুতে  $f(x)$  ফাংশন অবিচ্ছিন্ন বলতে কী বুঝ?[What do you mean by the function  $f(x)$  is continuous at a point  $x = a$ ?]উত্তর :  $x = a$  বিন্দুতে  $f(x)$  ফাংশন অবিচ্ছিন্ন হবে যদি  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  $= f(a)$  হয়, যেখানে  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  ও  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  সসীম ও বিদ্যমান থাকবে।(ঘ) জ্যামিতিকভাবে  $\frac{dy}{dx}$  দ্বারা কী বোঝায়?[What is  $\frac{dy}{dx}$  in geometrically?]উত্তর : জ্যামিতিকভাবে  $\frac{dy}{dx}$  দ্বারা  $y = f(x)$  রেখার  $(x, y)$  বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল নির্দেশিত হয়।(ঙ)  $x$ -এর সাপেক্ষে  $x^n$  এর  $n$ -তম অন্তরজ কত?[What is the  $n$ -th derivative of  $x^n$  with respect to  $x$ ?]উত্তর :  $y = x^n$  এর  $n$  তম অন্তরজ  $y_n = n!$ 

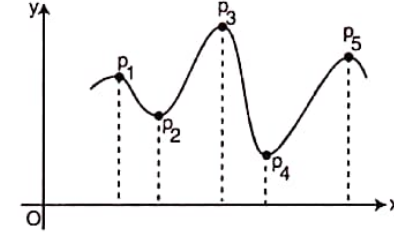
(চ) লিবনীজ উপপাদ্যের বর্ণনা দাও।

[State the Leibnitz's theorem.]

উত্তর : যদি  $u = u(x)$  এবং  $v = v(x)$  উভয়ই  $x$  এর সাপেক্ষে  $n$  সংখ্যক পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণযোগ্য হয় তবে  $(uv)_n = u_n v + {}^n C_1 u_{n-1} v_1 + {}^n C_2 u_{n-2} v_2 + \dots + uv_n$  যেখানে  $u$  ও  $v$  এর সূচক সমূহ  $x$  এর সাপেক্ষে উহাদের অন্তরীকরণ শর্ত নির্দেশ করে।

(ছ) সন্ধি বিন্দু কী?

[What is the critical point?]

উত্তর : চিত্রে উল্লিখিত  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  বিন্দুতে ফাংশনটি ক্রমবর্ধমান বা ক্রমহ্রাসমান নয়।বিন্দুগুলোকে সন্ধি বিন্দু বা চরম বিন্দু বলা হয়। অর্থাৎ পরপর ক্রমবর্ধমান ও ক্রমহ্রাসমান অংশদ্বয়ের মিলন বিন্দুকে সন্ধি বিন্দু বা চরম বিন্দু বলে। যদি  $x = a$  সন্ধি বিন্দু বা চরম বিন্দু হয় তবে  $f'(a) = 0$  হইবে।(জ)  $\int \ln x \, dx =$  কত?[What is the value of  $\int \ln x \, dx$ ?]উত্তর :  $\int \ln x \, dx = x \ln(x) - x + c$ 

(ঝ) অ্যাস্টেরয়েড এর সমীকরণটি লিখ।

[Write down the equation of asteroid.]

উত্তর : অ্যাস্ট্রোয়েড এর সমীকরণটি হলো-  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ .

(ঞ)  $r = a \sin 4\theta$  এর কয়টি ফাঁস আছে?

[How many loops are in  $r = a \sin 4\theta$ ?]

উত্তর :  $r = a \sin 4\theta$  এর ৮টি ফাঁস আছে।

খ-বিভাগ

যেকোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও—

৪ × ৩ = ১২

২।  $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{|x|}{2}} & \text{যখন } -1 < x < 0 \\ x^2 & \text{যখন } 0 \leq x < 2 \end{cases}$  ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর এবং

লেখচিত্র অঙ্কন কর।

[Find domain and range of the following function and draw the graph:  $f(x)$

$$= \begin{cases} e^{-\frac{|x|}{2}} & \text{when } -1 < x < 0. \\ x^2 & \text{when } 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

৩। যদি  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \ln\left(\frac{x}{n}\right)^n$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$ .

[If  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \ln\left(\frac{x}{n}\right)^n$  then prove that,  $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$ .]

৪।  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$  ফাংশনের গরিষ্ঠমান ও লঘিষ্ঠমান নির্ণয় কর।

[Find the maximum and minimum value of the function  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ .]

৫।  $r = a \sin 2\theta$  বক্ররেখার একটি ফাঁসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[Find the area of a loop of the curve  $r = a \sin 2\theta$ .]

৬।  $\cos x$  কে  $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  এর শক্তিতে টেলর ধারায় বিস্তৃতি কর।

[Find Taylor's series of  $\cos x$  in power of  $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .]

গ-বিভাগ

যেকোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও—

১০ × ২ = ২০

৭। যদি  $f(x) = \begin{cases} x & \text{যখন } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1-x & \text{যখন } \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $x = \frac{1}{2}$  বিন্দুতে  $f(x)$

ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন কিন্তু ঐ বিন্দুতে  $f(x)$  ফাংশনটি অন্তরীকরণযোগ্য নয়। [If  $f(x) =$

$$\begin{cases} x & \text{when } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1-x & \text{when } \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases} \text{ then show that } f(x) \text{ is continuous at } x = \frac{1}{2} \text{ but } f(x)$$

is not differentiable at that point..]

৮। (ক) যদি  $y = \tan^{-1}x$  হয়, তবে দেখাও যে,  $(1+x^2)y_{n+2} + 2(n+1)xy_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$ .

[If  $y = \tan^{-1}x$  then show that  $(1+x^2)y_{n+2} + 2(n+1)xy_{n+1} + n(n+1)y_n = 0$ .]

(খ)  $5x^2 + 7x + 3$  কে  $(x-2)$  শক্তি ধারায় বিস্তার কর।

[Expand  $5x^2 + 7x + 3$  in power of  $(x-2)$ .]

৯। (ক) ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাসের মৌলিক উপপাদ্য বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।

[State and prove the Fundamental Theorem of Integral Calculus.]

(খ)  $\int x^n e^{ax} dx$  এর লঘুকরণ সূত্রটি নির্ণয় কর। অতঃপর  $\int x^3 e^{5x} dx$  এর সমাকলন কর।

[Establish a reduction formula of  $\int x^n e^{ax} dx$ . Hence integrate  $\int x^3 e^{5x} dx$ .]

১০।  $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$  উপবৃত্তকে  $x$ -অক্ষের চতুর্দিকে আবর্তন করাইলে উৎপন্ন ঘনবস্তুর আয়তন এবং তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [Find the volume and surface area of the solid generated by revolving the ellipse  $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$  about  $x$ -axis.]