

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরীক্ষা-২০২০

বিএসসি অনার্স ১ম বর্ষ > বিষয় : নন মেজর গণিত

কোর্স শিরোনাম : (NM) Calculus-I

কোর্স কোড : ২১৩৭১১

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৪০

বিশেষ দ্রষ্টব্য : প্রতিটি বিভাগের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।

ক-বিভাগ

১। যেকোনো আটটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ৮ = ৮

(ক) $y = \sqrt{1-x^2}$ ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর।[Find the domain of the function $y = \sqrt{1-x^2}$.]উত্তর : $D_f = \{x : -1 \leq x \leq 1\}$ (খ) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ দ্বারা কী বোঝায়?[What is meant by $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$?]

উত্তর : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ দ্বারা বুঝায়, যখন x এর মান a -এর বাম বা ডান দিক হতে a এর বাম বা ডান দিক হতে a -এর অতি নিকটবর্তী হয় যখন $f(x)$ -এর মান অসীমভাবে ক্ষুদ্র হতে ক্ষুদ্রতম হবে।

(গ) $y = f(x)$ ফাংশনের জন্য $\frac{dy}{dx}$ এর মূল নিয়মের সূত্রটি লেখ।[Write the first principle of $\frac{dy}{dx}$ for the function $y = f(x)$.]উত্তর : $y = f(x)$ ফাংশনের জন্য মূল নিয়মের সূত্রটি হলো : $\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{x \rightarrow a}$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

(ঘ) যদি $y = e^{ax}$ হয় তবে $(y_n)_0$ কত?[If $y = e^{ax}$ then what is $(y_n)_0$?]উত্তর : $y = e^{ax}$ $\Rightarrow y_n = e^{ax} \cdot a^n$

$$\Rightarrow (y_n)_0 = e^0 \cdot a^n$$

$$\Rightarrow (y_n)_0 = a^n$$

(ঙ) কোন শর্তে $y = f(x)$ ফাংশনটি $x = a$ বিন্দুতে ক্রমবর্ধমান হবে।[Which is the condition where the function $y = f(x)$ is increasing at $x = a$.]উত্তর : যদি $f'(a) > 0$ হয় তবে $x = a$ বিন্দুতে $y = f(x)$ ফাংশনটি ক্রমবর্ধমান হবে।

(চ) ফাংশনের চরম মান কী?

[What is the extreme value of t function?]

উত্তর : ফাংশনের পরিষ্কৃত বা লঘিষ্কৃত মানকে একত্রে চরম মান বলে।

(ছ) ইন্টিগ্রেশনের ধ্রুবক কাকে বলে?

[What is called constant of integration?]

উত্তর : সাধারণ ইন্টিগ্রালের জন্য $\int f(x) dx = F(x) + c$ লেখা হয়। c কে ইন্টিগ্রেশন ধ্রুবক বলে।

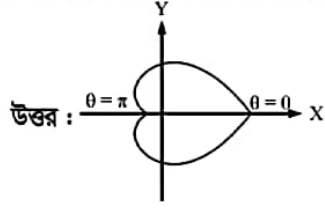
(জ) ওয়েলির সূত্রটি লিখ।

[Write down the Wallis's formula.]

উত্তর : যদি n যোগবোধক সংখ্যা হয় তবে,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx = \begin{cases} \frac{(n-1)(n-3)\dots\dots\dots 5 \cdot 3 \cdot 1}{n(n-2)\dots\dots\dots 6 \cdot 4 \cdot 2} \cdot \frac{\pi}{2} & \text{যখন } n \text{ জোড়} \\ \frac{(n-1)(n-3)\dots\dots\dots 6 \cdot 4 \cdot 2}{n(n-2)\dots\dots\dots 5 \cdot 3 \cdot 1} & \text{যখন } n \text{ বিজোড়} \end{cases}$$

(ঝ) $\int \frac{\tan(\ln x)}{x} dx$ এর মান নির্ণয় কর।[Find the value of $\int \frac{\tan(\ln x)}{x} dx$.]উত্তর : $\ln \sec(\ln x) + c$ (ঞ) $r = a(1 + \cos\theta)$ বক্ররেখাটি অঙ্কন কর।[Sketch the figure of the curve $r = a(1 + \cos\theta)$.]



খ-বিভাগ

যেকোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৩ × ৪ = ১২

২। $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{যখন } -1 \leq x < 0 \\ 1-x & \text{যখন } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{যখন } 1 < x \end{cases}$ প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

$f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{where } -1 \leq x < 0 \\ 1-x & \text{where } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{where } 1 < x \end{cases}$ Find domain and range of the given function $f(x)$.]

৩। যদি $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ হয় তবে দেখাও যে, $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$.

[If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ then show that, $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$.

৪। কোন কোন ব্যবধিতে $f(x) = 5 + 12x - x^3$ ফাংশনটি বৃদ্ধি ও হ্রাস পায় তা নির্ণয় কর।

[Find out the intervals where the function $f(x) = 5 + 12x - x^3$ are increasing and decreasing.]

৫। মান নির্ণয় কর [Evaluate]:

(ক) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan \theta) d\theta$,

(খ) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

৬। $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Ellipse দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[Find the area of the region bounded by the curve $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.]

গ-বিভাগ

যেকোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১০ × ২ = ২০

৭। যদি $f(x) = |x-1| + |x+3|$ হয় তবে $x = -3$ ও $x = 1$ বিন্দুতে ফাংশনটির অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণ যোগ্যতা আলোচনা কর।

[If $f(x) = |x-1| + |x+3|$ then discuss the continuity and differentiability of the function at $x = -3$ and $x = 1$.]

৮। (ক) যদি $y = \cos\{\ln(1+x)\}$ হয়, তবে দেখাও যে, $(1+x)^2 y_{n+2} + (2n+1)(1+x)y_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$. [If $y = \cos\{\ln(1+x)\}$ then show that $(1+x)^2 y_{n+2} + (2n+1)(1+x)y_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$.]

(খ) $[-3, \frac{3}{2}]$ ব্যবধিতে $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ফাংশনটির গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় কর।

[Find the maximum and minimum values of the function $f(x) = x^3 - 3x + 2$ in the interval $[-3, \frac{3}{2}]$.]

৯। (ক) দেখাও যে, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx = -\frac{\pi}{2} \ln 2$.

[Show that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx = -\frac{\pi}{2} \ln 2$.]

(খ) সমাকলন কর: $\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$

[Integrate: $\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}$.]

১০। $27ay^2 = 4(x - 2a)^3$ এবং $y^2 = 4ax$ বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র দ্বারা আবর্তিত

ঘনকের ঘনমান নির্ণয় কর।

[Find the volume obtained by revolution of the area enclosed between the curve $27ay^2 = 4(x - 2a)^3$ and the curve $y^2 = 4ax$.]