

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরীক্ষা-২০২১

বিএসসি অনার্স ১ম বর্ষ > বিষয় : নন মেজর গণিত

কোর্স শিরোনাম : Calculus-I (Non-Major)

কোর্স কোড : ২১৩৭১১

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৪০

বিশেষ দ্রষ্টব্য : প্রতিটি বিভাগের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।

ক-বিভাগ

১। যেকোনো আটটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

১ × ৮ = ৮

(ক) $f(x) = \sin x$ ফাংশনের রেঞ্জ কত?[What is the range of the function $f(x) = \sin x$?উত্তর : $f(x) = \sin x$ ফাংশনের রেঞ্জ হলে $[-1, 1]$ (খ) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ এর মান কত?উত্তর : $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$ (গ) $(\delta - \epsilon)$ এর সাহায্যে ফাংশনের সীমার সংজ্ঞা দাও।[Define the limit of function using $(\delta - \epsilon)$.]উত্তর : উত্তর : যদি যে কোনো $\epsilon > 0$ এর জন্য δ এর উপর নির্ভরশীল অপর একটি ক্ষুদ্র সংখ্যা $\delta > 0$ বিদ্যমান থাকে যেন, $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - l| < \epsilon$ হয় একে l কে $f(x)$ এর সীমা বলা হয় এবং একে $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।(ঘ) x -এর কোন মানের জন্য $f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$ ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন নয়?[Find the value of x at which the function $f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$ is not continuous?]উত্তর : $x = 1$ বিন্দুতে $f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$ ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন নয়।(ঙ) $f(x) = \tan x$ ফাংশনের $f'(x)$ এর মূল নিয়ম লেখ।[Write down the first principle of $f'(x)$ for the function $f(x) = \tan x$.]উত্তর : $f'(x) = \sec^2 x$.(চ) $y = e^{-ax}$ এর x -সাপেক্ষে n -তম অন্তরজ লেখ।[What is the n th derivative of $y = e^{-ax}$?উত্তর : $y_n = -a^n e^{-ax}$.

(ছ) গড় মান উপপাদ্যের বর্ণনা দাও।

[State the mean value theorem.]

উত্তর : যদি $y = f(x)$ ফাংশন $[a, b]$ বন্ধ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন এবং (a, b) খোলা ব্যবধিতে অন্তরীকরণযোগ্য হয় তবে অন্তত একটি সংখ্যা $c \in (a, b)$ পাওয়া যাবে,যেখানে $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.(জ) $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$ এর মান কত?উত্তর : $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x\sqrt{x^2 - a^2}}{2} - \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + C$.(ঝ) $\int_0^{na} f(x) dx = n \int_0^a f(x) dx$ হওয়ার শর্ত লেখ।উত্তর : যদি $f(a+x) = f(x)$ হয় তবে $\int_0^{na} f(x) dx = n \int_0^a f(x) dx$.

(ঞ) Astroid-এর সমীকরণটি লেখ।

[Write down the equation of Astroid.]

উত্তর : $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

খ-বিভাগ

যেকোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও-

৩ × ৪ = ১২

২। নিম্নলিখিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

$$f(x) = \begin{cases} x; & \text{যখন } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}; & \text{যখন } x = \frac{1}{2} \\ 1 - x; & \text{যখন } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

৩। যদি $x = \cos\sqrt{y}$ হয়, তবে দেখাও যে, $(1 - x^2)y_2 - xy_1 - 2 = 0$.

[If $x = \cos\sqrt{y}$ then show that, $(1 - x^2)y_2 - xy_1 - 2 = 0$.]

৪। দেখাও যে, $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ এর জন্য $x^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ -এর গরিষ্ঠ মান বিদ্যমান।

[Show that $x^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ is maximum for $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.]

৫। সমাকলন কর : (ক) $\int \frac{x^4}{\sqrt{x^{10}+1}} dx$ (খ) $\int \frac{x^2 + \sin^2 x}{\sqrt{1+x^2}} \sec^2 x dx$.

[Integrate : (a) $\int \frac{x^4}{\sqrt{x^{10}+1}} dx$ (b) $\int \frac{x^2 + \sin^2 x}{\sqrt{1+x^2}} \sec^2 x dx$.]

৬। $x^2 + y^2 = 49$ বৃত্তটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

[Find the perimeter of the circle : $x^2 + y^2 = 49$.]

গ-বিভাগ

যেকোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও—

১০ × ২ = ২০

$$৭। f(x) = \begin{cases} 5x - 4; & \text{যখন } 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x; & \text{যখন } 1 < x < 2 \\ 3x + 4; & \text{যখন } x \geq 2 \end{cases}$$

ফাংশনটি $x = 1$ এবং 2 বিন্দুতে অন্তরীকরণযোগ্য কি-না পরীক্ষা কর।

৮। (ক) লিবনীজের উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

[State and prove Leibnitz's theorem.]

(খ) $y = \cos(ax + b)$ হলে দেখাও যে, $y_n = a^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$.

[If $y = \cos(ax + b)$ then show that, $y_n = a^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$.]

৯। (ক) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ এর লঘিষ্ঠমান ও গরিষ্ঠমান নির্ণয় কর।

[Find the maximum and minimum values of $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$.]

(খ) $\int \tan^n x$ এর লঘুকরণ সূত্রটি নির্ণয় কর। অতঃপর $\int \tan^7 x$ নির্ণয় কর।

১০। (ক) উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা খণ্ডিত $y^2 = 12x$ পরাবৃত্তের চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

[Find the are length of $y^2 = 12x$ cut off by latus rectum.]

(খ) মান নির্ণয় কর : $\int_0^1 x^3 (1-x)^4 dx$.