

জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয় পরীক্ষা-২০২২

বিএসসি অনার্স ১ম বর্ষ

কোর্স শিরোনাম : NM. CALCULUS-I (Non Major)

কোর্স কোড : 213711

সময় : ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

পূর্ণমান : ৪০

[দ্রষ্টব্য : প্রতিটি বিভাগের বিভিন্ন প্রশ্নের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখতে হবে।]

ক-বিভাগ

১। যেকোনো ৮টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১ × ৮ = ৮

(ক) যুগ্ম ফাংশন কাকে বলে?

[What is even function?]

(খ) কোন বিন্দুগুলোতে $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ফাংশনটি বিচ্ছিন্ন?[Which are the points where the function $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ is discontinuous?](গ) $x = \alpha$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশন অন্তরীকরণ যোগ্য হওয়ার শর্তসমূহ লেখ।[Write the conditions for differentiability of $f(x)$ at $x = \alpha$.]উত্তর : যদি $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ও $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ সসীম বা বিদ্যমান হয় এবং $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ হয় তবে $f(x)$ ফাংশন $x = a$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন হইবে।(ঘ) $y = \ln x$ এর n তম অন্তরজ কত?[What is the n -th derivative of $y = \ln x$?]উত্তর : $y = \ln x$ এর n -তম অন্তরজ হলো $-\frac{1}{x^n}$

(ঙ) ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাসের মৌলিক উপপাদ্যটি বর্ণনা কর।

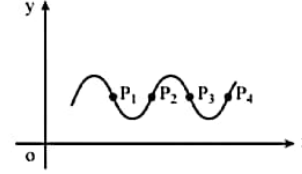
[State the fundamental theorem of integral calculus.]

উত্তর : যদি $f(x)$ ফাংশন $[a, b]$ বদ্ধ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন $f(x)$ এর প্রতি অন্তরক $F(x)$ হয়, তবে $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

(চ) ইনফ্লেকশন বিন্দু কী?

[What is the inflection point?]

উত্তর : ইনফ্লেকশন বিন্দু :

চিত্রে P_1, P_2, P_3, P_4 বিন্দুতে ফাংশনটি উর্ধ্ব কনকেড বা নিম্ন কনকেড নয়।

বিন্দুগুলোকে ইনফ্লেকশন বিন্দু বলে।

(ছ) $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx$ এর মান কত?[What is the value of $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx$?]

(জ) ওয়েলার সূত্রটি লেখ।

[Write the Waller's formula.]

উত্তর : যদি n যোগবোধক সংখ্যা হয় তবে,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$$

$$= \begin{cases} \frac{(n-1)(n-3)\dots\dots\dots 5\cdot 3\cdot 1}{n(n-2)\dots\dots\dots 6\cdot 4\cdot 2} & \frac{\pi}{2} \text{ যখন } n \text{ জোড়} \\ \frac{(n-1)(n-3)\dots\dots\dots 6\cdot 4\cdot 2}{n(n-2)\dots\dots\dots 5\cdot 3\cdot 1} & \text{যখন } n \text{ বিজোড়} \end{cases}$$

(ঝ) $\left(-\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত?[What is the value of $\left(-\frac{1}{2}\right)$?]উত্তর : $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

(ঞ) হাইপো-সাইক্লয়েড এর সমীকরণ লেখ।

[Write down the equation of hypo-cycloid.]

খ-বিভাগ

যেকোনো ৩টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩ × ৪ = ১২

২। নিম্নলিখিত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{যখন } x \geq 1 \\ 1 & \text{যখন } 0 \leq x < 1 \\ -2x + 1 & \text{যখন } x < 0 \end{cases}$$

[Find the domain and range of the following function ; $f(x) =$

$$\begin{cases} 2x - 1 & \text{when } x \geq 1 \\ 1 & \text{when } 0 \leq x < 1 \\ -2x + 1 & \text{when } x < 0 \end{cases}$$

৩। $\tan^{-1}x$ এর সাপেক্ষে $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$ এর অন্তরজ সহগ নির্ণয় কর।

[Differentiate $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}\right)$ with respect to $\tan^{-1}x$.]

৪। $(0, 1)$ ব্যবধিতে $f(x) = 3 + 2x - x^2$ ফাংশনের জন্য গড়মান উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর।

[Verify the mean value theorem for the function $f(x) = 3 + 2x - x^2$ in the interval $(0, 1)$.]

৫। যদি $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$, ইহা হতে I_5 এর মান নির্ণয় কর।

[If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$ then prove that, $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$ and hence evaluate I_5 .]

৬। $\frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$.]

গ-বিভাগ

যেকোনো ২টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১০ × ২ = ২০

৭। $x = 0$ এবং $x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে নিম্নলিখিত ফাংশনটি অবিচ্ছিন্নতা এবং অন্তরীকরণ যোগ্যতা

আলোচনা কর :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{যখন } x < 0 \\ 1 + \sin x & \text{যখন } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 & \text{যখন } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

[Discuss the continuity and differentiability at $x = 0$ and $x = \frac{\pi}{2}$ of the function :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{যখন } x < 0 \\ 1 + \sin x & \text{যখন } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 & \text{যখন } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

৮। (ক) যদি $y = \sin nx + \cos nx$ হয়, তবে দেখাও যে, $y_r = n^r [1 + (-1)^r \sin 2nx]^{\frac{1}{2}}$

[If $y = \sin nx + \cos nx$ then show that, $y_r = n^r [1 + (-1)^r \sin 2nx]^{\frac{1}{2}}$.]

(খ) $\sin x$ কে $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ এর শক্তিতে ল্যাথ্রাজের অবশেষসহ টেলর সসীম ধারায় বিস্তৃত কর। [Expand $\sin x$ in power's of $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ in a finite Taylor's series with the remainder in Lagrange's form.]

৯। (ক) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{16}{2-x}$ ফাংশনের গরিষ্ঠ মান ও লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় কর।

[Find the maximum and minimum value of the function $f(x) = \frac{4}{x} +$

$\frac{16}{2-x}$.]

$\frac{\pi}{2}$

(খ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \cos x dx$ এর মান নির্ণয় কর।

০

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \cos x dx.$$

[Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \cos x dx.$]

১০। (ক) বিটা এবং গামা ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

[Find the relation between Beta and Gamma function.]

(খ) $r = \alpha(1 + \cos\theta)$ কার্ডিয়ডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[Find the area of the Cardioide $r = \alpha(1 + \cos\theta).$]