

NUMSc-2017**ক-বিভাগ**

- ১। (ক) লিপশিটজ ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। [Define Lipschitz constant.]
- (খ) ভেক্টর ফাংশন $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ এর রনস্কিয়ান কী? [What is the Wronskian of the vector function $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$?]
- (গ) পেরনের উপপাদ্যটি লিখ। [Write down the Perron theorem.]
- (ঘ) $y'(x) = f(x, y), y(x_0) = y_0$ আদিমান সমস্যার পিকার্ডের সূত্রটি লিখ। [Write down the Picard's formula for the IVP $y'(x) = f(x, y), y(x_0) = y_0$.]
- (ঙ) পার্থক্য কার্নেল কী? [What is the difference Kernel?]
- (চ) অরৈখিক যোগজ সমীকরণ কী? [What is the non-linear integral equation?]
- (ছ) পুনরাবৃত্ত কার্নেল কী? [What is iterated Kernel?]
- (জ) যোগজ সমীকরণের আইগেন মানের সংজ্ঞা দাও। [Define eigen values of an integral equation.]
- (ঝ) স্ট্রুম-লিউভিল সীমামান সমস্যা কী? [What is Sturm-Liouville boundary value problem?]
- (ঞ) ব্যতিক্রমী যোগজ সমীকরণের পরিচয় লিখ। [Write down the identity of the singular integral equation.]
- (ট) দ্বিতীয় প্রকারের সমমাত্রিক ভলতেরা যোগজ সমীকরণটি লিখ। [Write down the homogeneous Volterra integral equation of Second Kind.]
- (ঠ) $x'(t) = f(t, x)$ সমীকরণের সুস্থিত সমাধানের সংজ্ঞা দাও। [Define the stable solution of the equation $x'(t) = f(t, x)$.]

খ-বিভাগ

- ২। $\frac{dx}{dt} = 1 + x^2, x(0) = 0$ আদিমান সমস্যার সমাধানের অস্তিত্ব ও অনন্যতা আলোচনা কর। [Discuss the existence and uniqueness of solution of the initial value problem $\frac{dx}{dt} = 1 + x^2, x(0) = 0$.]
- ৩। পিকার্ডের আনুক্রমিক আসন্নীকরণ পদ্ধতি ব্যবহার করে আদিমান সমস্যা $\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{y}{x}, y(1) = 2$ এর প্রথম তিনটি আসন্ন সমাধান নির্ণয় কর। [Using Picard's method of successive approximation find the first three approximations to the solution of the IVP $\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{y}{x}, y(1) = 2$.]
- ৪। ধ্রুবক পরিবর্তন সূত্র বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the variation of constant formula.]
- ৫। সমাধান কর: $x(t) = e^{-t} + 1 + \int_0^t e^{-(t-s)} x(s) ds$ এবং সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। [Solve: $x(t) = e^{-t} + 1 + \int_0^t e^{-(t-s)} x(s) ds$ and verify your result.]
- ৬। প্রমাণ কর যে, প্রতিসম কার্নেলের সকল পুনরাবৃত্ত কার্নেলও প্রতিসম এবং প্রতিসম কার্নেলের আইগেন মানগুলি বাস্তব। [Prove that, all iterated Kernels of symmetric Kernels are also symmetric and eigen values of a symmetric Kernel are real.]
- ৭। ভলতেরা যোগজ সমীকরণের $Q(x) = \sin x + 2 \int_0^x e^{x-s} Q(s) ds$ এর রিজলভেন্ট কার্নেল নির্ণয় কর। [Find the resolvent Kernel of the Volterra integral equation $Q(x) = \sin x + 2 \int_0^x e^{x-s} Q(s) ds$.]

৮। দেখাও যে, $x'' + x = 0$ এর শূন্য সমাধান সুষমভাবে সুস্থিত কিন্তু অসীমতটীয়ভাবে সুস্থিত নয়। [Show that the zero solution of $x'' + x = 0$ is uniformly but not asymptotically stable.]

৯। $\varphi(x) = x + \lambda \int_0^\pi (1 + \sin x \sin t) \varphi(t) dt$ যোগজ সমীকরণটি সমাধান কর।
[Solve the integral equation $\varphi(x) = x + \lambda \int_0^\pi (1 + \sin x \sin t) \varphi(t) dt$.]

গ-বিভাগ

১০। বর্ণনাসহ কশি-পিয়ানো অস্তিত্ব উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। [State and prove Cauchy-Peano existence theorem.]

১১। বর্ণনাসহ পরামিতি পরিবর্তন সূত্র প্রমাণ কর। [State and prove the variation of parameter formula.]

১২। $\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ আদিমান সমস্যাটিকে একটি যোগজ সমীকরণে রূপান্তরিত কর এবং তার সমাধান কর। [Transform the IVP

$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ into an integral equation and solve it.]

১৩। $\varphi(x) = \cos 3x + \lambda \int_0^\pi \cos(x+y) \varphi(y) dy$ যোগজ সমীকরণটির আইগেন মান ও আইগেন ফাংশন নির্ণয় কর। [Find the eigen values and eigen functions of the integral equation $\varphi(x) = \cos 3x + \lambda \int_0^\pi \cos(x+y) \varphi(y) dy$.]

১৪। সমাধান কর [Solve]: $x(t) = 1 + t^2 + \int_0^t \frac{1+t^2}{1+s^2} x(s) ds$

১৫। ভলতেরা দ্বিতীয় প্রকারের অযোগ্যশ্রেণী যোগজ সমীকরণের অনন্য সমাধান বিদ্যমানতার শর্তসমূহের বর্ণনা ও প্রমাণ দাও। [State and prove a set of conditions for which Volterra non-linear integral equation of Second Kind has a unique solution.]

১৬। $y'' + \pi^2 y = \sin \pi x$, $y(0) = y(1)$, $y'(0) = y'(1)$ সীমামান সমস্যার জন্য একটি গ্রীন ফাংশন গঠন কর। [Construct a Green's function for the boundary value problem $y'' + \pi^2 y = \sin \pi x$, $y(0) = y(1)$, $y'(0) = y'(1)$.]

১৭। উদাহরণসহ বিভিন্ন প্রকার স্থিতিতত্ত্বের সংজ্ঞা দাও। [Define different types of stability with examples.]