NUH-2014

ক-বিভাগ

১। (চ) বানাক জগত বলতে কী বুঝ? [What do you mean by Banach space?]

(ছ) নর্ম ও মেট্রিক এর মধ্যে সম্পর্ক কী? [What is the relation between norm and metric?]

(জ) কসি-সোয়ার্জের অসমতাটি বর্ণনা কর। [State Cauchy-Schwartz inequality]

(ঝ) হিলবার্ট জগতের ক্ষেত্রে অভিক্ষেপ উপপাদ্যটি লিখ। [Write down the projection theorem in the Hilbert space?]

(ঞ) হিলবার্ট জগতের ক্ষেত্রে পীথাগোরীয় সূত্রটি লিখ। [What is the Phythagorean identity in the case of Hilbert space?]

(ট) অন্তঃগুণন জগতের ক্ষেত্রে সামান্তরিকের সূত্রটি লিখ। [Write down the parallelogram law in the inner product space]

(ঠ) চিত্রণের নির্ধারিত বিন্দু বলতে কী বুঝ? [What do you mean by a fixed point of a mapping?]

খ-বিভাগ

৬। প্রমাণ কর যে, চিত্রণসমূহ: $f(x, y) = x + y, X \times X$ হতে X এ এবং $g(\alpha, x) = \alpha x, R \times X$ হতে X এ অবিচ্ছিন্ন, যেখানে X একটি নর্ম জগত এবং R বাস্তব সংখ্যা ফিল্ড। [Prove that, the mapping $f(x, y) = x + y, X \times X$ into X and $g(\alpha, x) = \alpha x, R \times X$ into are continuous where X is normal space and R is a real number field]

৭। প্রমাণ কর যে, হিলবার্ট জগত H এর উপর একটি আবদ্ধ উপসেট C, একটি ক্ষুদ্রতম নর্মের একক ভেক্টর ধারণ করে। [Prove that a closed convex subset C of a Hilbert space H contains a unique vector of smallest norm]

৮। প্রমাণ কর যে, হিলবার্ট জগত X এর একটি সীমাবদ্ধ যোগাশ্রয়ী অপারেটর T নর্মাল হবে যদি এবং কেবল যদি $\|T^*(x)\| = \|Tx\|$, যেখানে $\forall x \in X$। [Prove that, a bounded linear operator T on a Hilbert space X is normal iff $\|T^*(x)\| = \|Tx\|$, where $\forall x \in X$]

৯। যদি একটি হিলবার্ট জগত H এর উপর T একটি আবদ্ধ যোগাশ্রয়ী অপারেটর হয় যেন $< Tx, x >= 0$ হয় x এর সকল মানের জন্য প্রমাণ কর যে, $T = 0$ [If T is an bounded linear operator or a Hilbert space X for which $< Tx, x >= 0$ for all $x \in X$, then prove that $T = 0$]

গ-বিভাগ

১৪। উদাহরণসহ নর্মড জগতের সংজ্ঞা দাও। মনে কর, একটি নর্মড যোগাশ্রয়ী জগত N এর একটি আবদ্ধ যোগাশ্রয়ী উপজগত M, যদি বিভাজন জগত $\frac{N}{M}$ এ কোসেট $(x + M)$ এর নর্ম $\|x + M\| = \inf\{\|x + M\| : m \in M\}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{N}{M}$ একটি নর্মড যোগাশ্রয়ী জগত। [Define a normed linear space with examples. Let M be a closed linear subspace of a normed linear space N. If the norm of a coset $(x + M)$ in the quotient space $\frac{N}{M}$ is defined by $\|x + M\| = \inf\{\|x + M\| : m \in M\}$. Then show that, $\frac{N}{M}$ is normed linear space]

১৫। দ্বৈত জগতের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, l_p এর দ্বৈত জগত l_q যেখানে $1 < p < \infty$ এবং $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ [Define dual space. Prove that, the dual space of l_p is l_q, where $1 < p < \infty$ and $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$]

১৬। উদাহরণসহ হিলবার্ট জগতের সংজ্ঞা দাও। হিলবার্ট জগত X এর M এবং N যদি $M \perp N$ শর্তে বদ্ধ উপজগত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, উপজগত $M + N = \{x + y \in X \mid x \in M$ এবং $y \in N\}$ বদ্ধ হবে। [Define Hilbert space with an example. If M and N are subspaces of a Hilbert space X such that $M \perp N$, the subspace $M + N = \{x + y \in X \mid x \in M$ and $y \in N\}$ is also closed]

১৭। মেট্রিক জগতের ক্ষেত্রে সংকোচন চিত্রণের সংজ্ঞা দাও। মেট্রিক জগতের ক্ষেত্রে বানাক এর সংকোচন নীতি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [Define contraction mapping for metric space. State and prove that Banach contraction principal for a metric space]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com