

**NUH-2015**

**ক-বিভাগ**

- ১। (চ) হিলবার্ট জগতের সংজ্ঞা দাও। [Define Hilbert space]  
 (ছ) ভেক্টর জগত  $X$ -এ অন্তঃগুণনের নর্ম কত? [What is the norm of an inner product on the vector space  $X$ ?]  
 (জ) অন্তঃগুণন জগতে মেরুকরণ অভেদটি কি? [What is the polarization identity in an inner product space]  
 (ঝ) সংকোচন চিত্রণ এর সংজ্ঞা দাও। [Define contraction mapping]  
 (ঞ) একটি যোগাশ্রয়ী অপারেটর  $T : X \rightarrow X$  কে কখন নর্মাল বলা হয়? [When a linear operator  $T : X \rightarrow X$  is called normal?]  
 (ট) অন্তঃগুণন জগতে দুইটি উপজগতের লম্ব সমষ্টি বলতে কি বুঝ? [What do you mean by orthogonal sum of two subspaces in an inner product space]  
 (ঠ) হিলবার্ট অ্যাডজয়েন্ট অপারেটর কি? [What is Hilbert adjoint operator?]

**খ-বিভাগ**

- ৮। অন্তঃগুণন জগতের জন্য কসি-সোয়ার্জ এর অসমতাটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Cauchy-Schwartz inequality in an inner product space]  
 ৯। যদি কোনো হিলবার্ট জগত  $X$  এ  $T_1$  ও  $T_2$  দুইটি স্বকীয় অ্যাডজয়েন্ট অপারেটর হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $T_1 T_2$  স্বকীয় অ্যাডজয়েন্ট হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি  $T_1 T_2 = T_2 T_1$  হয়। [If  $T_1$  and  $T_2$  are self-adjoint operators on a Hilbert space  $X$ , then prove that  $T_1 T_2$  is self-adjoint if and only if  $T_1 T_2 = T_2 T_1$ ]

**গ-বিভাগ**

- ১৪। দেখাও যে,  $l_p, 1 \leq p < \infty$  একটি বানাক জগত। [Show that,  $l_p, 1 \leq p < \infty$  is a Banach space]  
 ১৫। নর্মড জগত কি? নর্মড জগতের ক্ষেত্রে হান-বানাক উপপাদ্য বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [What is normed space? State and prove Hahn-Banach theorem for normed space]  
 ১৬। অন্তঃগুণন জগতের সংজ্ঞা দাও। মনে কর  $X$  একটি অন্তঃগুণন জগত এবং  $x, y \in X$ । দেখাও যে,  $x \perp y$  হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি  $\|x + \alpha y\| = \|x - \alpha y\|$  হয়, সকল স্কেলার  $\alpha$  এর জন্য। [Define inner product space. Let  $X$  be an inner product space and  $x, y \in X$ . Show that  $x \perp y$  if and only if  $\|x + \alpha y\| = \|x - \alpha y\|$  for all scalars  $\alpha$ ]

- ১৭। উপযুক্ত উদাহরণের সাহায্যে দেখাও যে, যদিও চিত্রণ  $T$ ,  $\|T(x) - T(y)\| \leq k\|x - y\|$  যেখানে  $k < 1$  কে সিদ্ধ করে তথাপিও উহার নির্দিষ্ট বিন্দু নাই। [With a suitable example show that although  $T$  satisfy  $\|T(x) - T(y)\| \leq k\|x - y\|$  where  $k < 1$  yet it has no fixed point]