

NUH-2016

ক-বিভাগ

- ১। (ছ) নর্মড জগতে কসি অনুক্রম বলতে কি বুঝ? [What is understood by a Cauchy sequence in a normed space?]
 (জ) বানাক জগত কি? [What is a Banach space?]
 (ঝ) অন্তঃগুণন জগতের জন্য এপোলোনিয়াস অভেদটি বিবৃত কর। [Enunciate the Apollonius identity in an inner product space.]
 (ঞ) অন্তঃগুণন জগত X -এর দু'টি উপসেট A এবং B কখন পরস্পর লম্ব হবে? [When to subsets A and B of an inner product space X are orthogonal?]
 (ট) অন্তঃগুণন জগতের কসি-সোয়ার্জ-বুনাইয়াকোসকি অসমতাটি লিখ। [Write down Cauchy-Schwartz-Bunyakowski inequality in the case of an inner product space.]
 (ঠ) হিলবার্ট জগতে স্বকীয় অ্যাডজয়েন্ট অপারেটর বলতে কি বুঝ? [What do you mean by a self-adjoint operator in a Hilbert space?]

খ-বিভাগ

- ৬। খোলা চিত্রণ উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove open mapping theorem.]
 ৭। যদি x ও y অন্তঃগুণন জগত X -এর দু'টি ভেক্টর হয়, তবে দেখাও যে [If x and y are two vectors in an inner product space X , then show that],

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

 ৮। প্রমাণ কর যে, হিলবার্ট জগত H -এর একটি আবদ্ধ উত্তল উপসেট C লঘিষ্ঠ নর্মবিশিষ্ট একটি অনন্য ভেক্টর ধারণ করে। [Prove that a closed convex subset C of a Hilbert space H contains a unique vector of smallest norm.]
 ৯। ধর, হিলবার্ট জগত X -এ T নিজের মধ্যে একটি সীমাবদ্ধ যোগাশ্রয়ী অপারেটর। তবে দেখাও যে, $T^{**} = T$ এবং $\|T^*\| = \|T\|$ । [Let T be a bounded linear operator on a Hilbert space X into itself. Then show that, $T^{**} = T$ and $\|T^*\| = \|T\|$.]

গ-বিভাগ

- ১৪। উদাহরণসহ নর্মড জগতের সংজ্ঞা দাও। ধর, নর্মড যোগাশ্রয়ী জগত N -এর একটি আবদ্ধ যোগাশ্রয়ী উপজগত M , যদি বিভাজন জগত $\frac{N}{M}$ -এ কোসেট $(x + M)$

এর নর্ম, $\|x + M\| = \inf \{\|x + m\| : m \in M\}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{N}{M}$ একটি নর্মড যোগাশ্রয়ী জগত। [Define a normed space with an example. Let M be a closed linear subspace of a normed linear space N . If the norm of coset $x + M$ in quotient space $\frac{N}{M}$ is defined by $\|x + M\| = \inf \{\|x + m\| : m \in M\}$. Then show that, $\frac{N}{M}$ is a normed linear space.]

- ১৫। উদাহরণসহ অন্তঃগুণন জগতের সংজ্ঞা দাও। যদি x ও y অন্তঃগুণন জগত X -এর যেকোনো দু'টি উপাদান হয়, তবে প্রমাণ কর যে [Define an inner product with an example. For any two elements x and y belongs to an inner product space X , then prove that],

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{4} (\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 + i\|x + iy\|^2 - i\|x - iy\|^2)$$

- ১৬। উদাহরণসহ হিলবার্ট জগতের সংজ্ঞা দাও। বর্ণনাসহ অভিক্ষেপ উপপাদ্যটির প্রমাণ উপস্থাপন কর। [Define a Hilbert space with an example. Present a proof of the projection theorem with its statement.]
 ১৭। ধর, নর্মড জগতে T একটি সংকোচন চিত্রণ। দেখাও যে, T -এর একটি অনন্য নির্দিষ্ট বিন্দু আছে। [Let T be a contraction mapping in a normed space. Show that T has a unique fixed point.]