

NUH-2017

ক-বিভাগ

- ১। (চ) বদ্ধ বল বলতে কী বুঝ? [What do you mean by closed ball?]
- (ছ) দ্বৈত জগত সংজ্ঞায়িত কর। [Define dual space.]
- (জ) সীমাবদ্ধ রৈখিক অপারেটরের এডজয়েন্ট সম্পর্কে লিখ। [Write about adjoint of bounded linear operator.]
- (ঝ) একটি সীমাবদ্ধ রৈখিক অপারেটরকে কখন নর্মাল বলা হয়? [When a bounded linear operator is called normal?]
- (ঞ) অন্তঃগুণন জগতে পীথাগোরিয়ান উপপাদ্যের বর্ণনা দাও। [State Pythagorean theorem in an inner product space.]
- (ট) কোন শর্তে অন্তঃগুণন জগতে কসি-সোয়ার্জের অসমতাটি সমতায় পরিণত হয়? [Under what condition Cauchy-Schwartz inequality becomes an equality?]
- (ঠ) উদাহরণসহ নির্ধারিত বিন্দুর সংজ্ঞা দাও। [With example define the fixed point.]

খ-বিভাগ

- ৬। প্রমাণ কর যে, $g(\alpha, x) = \alpha x$ চিত্রণটি $\mathbb{R} \times X$ হতে X -এ অবিচ্ছিন্ন, যেখানে X একটি নর্মড জগত এবং \mathbb{R} হচ্ছে বাস্তব সংখ্যার ফিল্ড। [Prove that the mapping $g(\alpha, x) = \alpha x$ on $\mathbb{R} \times X$ into X is continuous, where X is a normed space and \mathbb{R} is the field of real numbers.]

- ৭। যদি X ও Y ফিল্ড K -এ নর্মড জগত এবং $T: X \rightarrow Y$ একটি সীমাবদ্ধ রৈখিক অপারেটর, তবে দেখাও যে, $T^x \in B(Y^*, X^*)$, যেখানে $x \in X$ । [If X and Y are normed spaces over the field K and $T: X \rightarrow Y$ is a bounded linear operator, then show that, $T^x \in B(Y^*, X^*)$, where $x \in X$.]

- ৮। প্রমাণ কর যে, হিলবার্ট জগত X -এ একটি অপারেটর স্বকীয় এডজয়েন্ট হবে যদি এবং কেবল যদি $\langle Tx, x \rangle$ বাস্তব, $\forall x \in X$ । [Prove that an operator T on a Hilbert space X is self-adjoint iff $\langle Tx, x \rangle$ is real, $\forall x \in X$.]

- ৯। $T: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ চিত্রণ $T(x) = \frac{1}{2}x$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে দেখাও যে, T -এর একটি অনন্য নির্দিষ্ট বিন্দু আছে ($\forall x \in \mathbb{R}$)। [If T is a mapping of \mathbb{R} into itself defined by $T(x) = \frac{1}{2}x$, then show that T has a unique fixed point ($\forall x \in \mathbb{R}$).]

গ-বিভাগ

- ১৪। প্রমাণ কর যে, l_p -এর দ্বৈত জগত l_q যেখানে $1 < p < \infty$ এবং p -এর অনুবন্ধী q অর্থাৎ, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ । [Prove that the dual space of l_p is l_q , where $1 < p < \infty$ and q is the conjugate of p , that is $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.]

- ১৫। যদি একটি হিলবার্ট জগত X -এর বদ্ধ উপজগত M এবং N হয় যেন $M \perp N$, তবে প্রমাণ কর যে, $M + N = \{x + y \in X : x \in M \text{ এবং } y \in N\}$ জগতও বদ্ধ।
[If M and N are closed subspace of a Hilbert spaces X such that $M \perp N$, then prove that the subspace $M + N = \{x + y \in X : x \in M \text{ and } y \in N\}$ is also closed.]
- ১৬। নর্মড্ জগতের জন্য হান-বানাক উপপাদ্যের বর্ণনা ও প্রমাণ দাও। [State and prove that Hahn-Banach theorem for normed space.]
- ১৭। মেট্রিক জগতের ক্ষেত্রে সংকোচন চিত্রণের সংজ্ঞা দাও। মেট্রিক জগতের ক্ষেত্রে বানাক সংকোচন নীতি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [Define contraction mapping for metric space. State and prove the Banach contraction principle for a metric space.]