

NUH-2022

ক-বিভাগ

- ১। (ছ) নর্মড জগত কী? [What is normed space?]  
 (জ) নর্মড জগতে কশির অনুক্রম বলতে কী বুঝায়? [What is meant by a Cauchy sequence in a normed space?]  
 (ঝ) চিত্রণের নির্দিষ্ট বিন্দু বলতে কী বুঝায়? [What do you mean by a fixed point of a mapping?]  
 (ঞ) হিলবার্ট জগত কী? [What is Hilbert space?]  
 (ট) কোনো একটি ভেক্টর জগতের অন্তঃগুণনে নর্মের সংজ্ঞা দাও। [Give the definition of norm in an inner product on a vector space.]  
 (ঠ) কখন সীমাবদ্ধ যোগাশ্রয়ী অপারেটরকে স্বকীয়-অ্যাডজয়েন্ট বলা হয়? [When a bounded linear operator is called self-adjoint?]

খ-বিভাগ

- ৬। কসি-সোয়ার্জ-এর অসমতা বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Cauchy-Schwartz inequality.]  
 ৭। যদি  $T_1$  এবং  $T_2$  হিলবার্ট জগত  $X$  এর দুইটি স্বকীয়-অ্যাডজয়েন্ট অপারেটর হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $T_1 T_2$  স্বকীয়-অ্যাডজয়েন্ট অপারেটর হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি  $T_1 T_2 = T_2 T_1$  হয়। [If  $T_1$  and  $T_2$  are two self-adjoint operators on a Hilbert space  $X$ , then prove that  $T_1 T_2$  will be a self-adjoint operator if and only if  $T_1 T_2 = T_2 T_1$ .]  
 ৮। যদি হিলবার্ট জগত  $X$  এ  $T: X \rightarrow X$  একটি সীমাবদ্ধ যোগাশ্রয়ী অপারেটর হয় তাহলে  $T, S \in \beta(X)$  এর জন্য প্রমাণ কর যে,  $(T+S)^* = T^* + S^*$ । [If  $T: X \rightarrow X$  be a bounded linear operator on a Hilbert space  $X$ , then for  $T, S \in \beta(X)$  prove that  $(T+S)^* = T^* + S^*$ .]  
 ৯। খোলা চিত্রণ উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove open mapping theorem.]

গ-বিভাগ

- ১৪। নর্মড জগতের ক্ষেত্রে হান-বানাক উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Hahn-Banach theorem for normed space.]  
 ১৫। মনে কর  $X$  একটি অন্তঃগুণন জগত এবং  $x, y \in X$ । দেখাও যে,  $x \perp y$  হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি  $\|x + \alpha y\| = \|x - \alpha y\|$  যেখানে  $\alpha$  যেকোনো স্কেলার। [Let  $X$  be an inner product space and  $x, y \in X$ . Show that  $x \perp y$  if and only if  $\|x + \alpha y\| = \|x - \alpha y\|$  for all scalars  $\alpha$ .]  
 ১৬। প্রমাণ কর  $l_p$  এর দ্বৈত জগত  $l_q$  যেখানে  $1 < p < \infty$  এবং  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ । [Prove that  $l_q$  is a dual space of  $l_p$  where  $1 < p < \infty$  and  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ .]  
 ১৭। নর্মড জগত  $X$  এ  $T$  একটি সংকোচন চিত্রণ হলে দেখাও যে,  $T$  এর একটি অনন্য নির্দিষ্ট বিন্দু আছে। [If  $T$  be a contraction mapping on a normed space  $X$ , then show that,  $T$  has a unique fixed point.]