

NUMSc-2012

- ১। ক) উদাহরণসহ পোসেট এর সংজ্ঞা দাও। পোসেটের দ্বৈত নীতি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [Define poset with an example. State and prove duality principle of a poset.]
 খ) প্রমাণ কর পোসেট $(L; \leq)$ ল্যাটিস হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি L এর প্রত্যেকটি অশূন্য উপসেট H এর জন্য $\sup(H)$ এবং $\inf(H)$ বিদ্যমান থাকে। [Prove that a Poset $(L; \leq)$ is a lattice if and only if $\sup(H)$ and $\inf(H)$ exist for every non-empty sub-set H of L .]
 গ) ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। 30 এর সকল উৎপাদক নিয়ে ভাগ প্রক্রিয়ায় ল্যাটিস গঠন কর। [Define lattice. Construct the lattice of all the factors of 30 under the ordering division.]
- ২। ক) সম্পূর্ণ ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। যদি $(P; \leq)$ বৃহত্তম উপাদান u বিশিষ্ট পোসেট হয় যাতে P এর প্রত্যেক অশূন্য উপসেট S এর $\inf S$ আছে, প্রমাণ কর: P একটি সম্পূর্ণ ল্যাটিস। [Define complete lattice. If $(P; \leq)$ is poset with greatest element u , such that every non-empty subset S of P has infimum, then prove that P is a complete lattice.]
 খ) প্রমাণ কর যে, বীজগণিত $(A; \wedge, \vee)$ ল্যাটিস হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $(A; \wedge)$ ও $(A; \vee)$ সেমি ল্যাটিস হবে এবং $a = a \wedge b$ এর সমতুল্য $b = a \vee b$ হবে। [Prove that the algebra $(A; \wedge, \vee)$ is a lattice if and only if $(A; \wedge)$ and $(A; \vee)$ are semi lattices and $a = a \wedge b$ is equivalent to $b = a \vee b$.]
 গ) মিনিমাক্স এর উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove minimax theorem.]
- ৩। ক) উদাহরণসহ আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। মনে করি I , ল্যাটিস L এর একটি অশূন্য উপসেট। I , ল্যাটিস L এর আইডিয়াল হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি
 (i) সকল $a, b \in I \Rightarrow a \vee b \in I$
 (ii) সকল $a \in I, x \in L, x \leq a \Rightarrow x \in I$ হয়।
 [Define ideal with an example. Let I be any non-empty subset of a lattice L is an ideal if and only if
 (i) $\forall a, b \in I \Rightarrow a \vee b \in I$
 (ii) $\forall a \in I, x \in L, x \leq a \Rightarrow x \in I$]

Lattice Theory - 2012

- খ) মৌলিক আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, একটি ল্যাটিস L চেইন হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি L এর সকল আইডিয়াল মৌলিক হয়। [Define prime ideal. Prove that a lattice L is a chain if and only if all ideals in L are prime ideal.]
 গ) একটি ল্যাটিসের মৌলিক আইডিয়ালের অনুচিত্রণ প্রতিবিম্ব একটি মৌলিক আইডিয়াল কি না? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। [Is the homomorphic image of a prime ideal of a lattice is prime? Justify your answer.]
- ৪। ক) উদাহরণসহ মডুলার ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, মডুলার ল্যাটিসের অনুচিত্রিক প্রতিবিম্ব একটি মডুলার ল্যাটিস। [Define modular lattice with an example. Prove that homomorphic image of a modular lattice is modular.]
 খ) প্রমাণ কর, ল্যাটিস মডুলার হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি L আইডিয়াল ল্যাটিস $I(L)$ মডুলার হয়। [Prove that a lattice L is modular if and only if $I(L)$, the ideal lattice of L is modular.]
 গ) প্রমাণ কর যে, বন্টনযোগ্য ল্যাটিস সর্বদাই মডুলার কিন্তু বিপরীতটি সত্য নয়। [Prove that a distributive lattice is always modular but converse is not true general.]
- ৫। ক) উদাহরণসহ বন্টনযোগ্য ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, ল্যাটিস L বন্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c) \forall a, b, c \in L$ হয়। [Define distributive lattice with an example. Prove that a lattice L is distributive if and only if $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c) \forall a, b, c \in L$.]
 খ) প্রমাণ কর যে, ল্যাটিস L বন্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a) \forall a, b, c \in L$ হয়। [Prove that, a lattice L is distributive if and only if $(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a) \forall a, b, c \in L$.]
 গ) প্রমাণ কর যে, L এবং M ল্যাটিসদ্বয় বন্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $L \times M$ বন্টনযোগ্য হয়। [Prove that two lattices L and M are distributive if and only if $L \times M$ is distributive.]
- ৬। ক) বুলিয়ান ল্যাটিস এবং বুলিয়ান এলজাবরার সংজ্ঞা দাও। যদি B বুলিয়ান এলজাবরা হয় এবং $a, b \in B$ হয় তবে প্রমাণ কর [Define Boolean lattice and Boolean algebra. If B is a Boolean algebra and $a, b \in B$, then prove that]:

(i) $(a \wedge b)' = a' \vee b'$;

(ii) $(a \vee b)' = a' \wedge b'$

খ) বুলিয়ান রিং এর সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, এককসহ প্রত্যেকটি বুলিয়ান রিং একটি বুলিয়ান এলজাবরা। [Define Boolean ring. Prove that every Boolean ring with unity is a Boolean algebra.]

৭। ক) বুলিয়ান ফাংশন, C.N. আকার, D.N. আকারের সংজ্ঞা দাও। [Define Boolean function. C.N. form and D.N. form.]

খ) (i) $f = [(x' \wedge y) \vee (x \wedge z)] \wedge [x \vee (y \wedge z)]' \forall x, y, z \in B$ বুলিয়ান ফাংশনকে D.N. আকারে বিস্তার কর। [Expand D.N. form of the Boolean function $f = [(x' \wedge y) \vee (x \wedge z)] \wedge [x \vee (y \wedge z)]' \forall x, y, z \in B$.]

(ii) $f = (x \vee y \vee z) \wedge [(x \wedge y) \vee (x' \wedge z)]' \forall x, y, z \in B$ বুলিয়ান ফাংশনকে C.N. আকারে বিস্তার কর।

[Expand C.N. form of the Boolean function.

$$f = (x \vee y \vee z) \wedge [(x \wedge y) \vee (x' \wedge z)]' \forall x, y, z \in B]$$

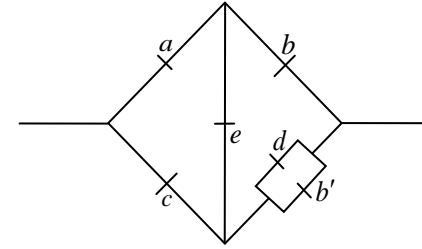
গ) প্রমাণ কর যে, বুলিয়ান এলজাবরা স্বদ্বৈতক। [Prove that a Boolean algebra is self-dual.]

৮। ক) সুইচিং সার্কিট বলতে কি বুঝ? প্রমাণ কর যে, সুইচিং সার্কিট সিস্টেম বুলিয়ান এলজাবরা গঠন করে। [What do you mean switching circuit? Prove that the switching circuit system form a Boolean algebra.]

খ) নিম্নের ফাংশনটির সার্কিট অংকন কর [Draw the circuit represented by the function]:

$f = [a \wedge (b \vee a')] \vee (a' \wedge b) \vee [(a \vee b') \wedge c]$ ফাংশনটি বিস্তার কর এবং সার্কিট অংকন কর। [Simplify the function and draw the simplified circuit.]

গ) ব্রিজ সার্কিট



কে সিরিজ প্যারালাল সার্কিটে রূপান্তর কর।

[Convert the bridge circuit to series parallel circuit

