

NUMSc-2013

- ১। ক) ল্যাটিসের সেট তত্ত্বীয় ও বীজগণিতীয় সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, তারা সমতুল্য। [Give set theoretic and algebraic definition of a lattice. Prove that they are equivalent.]
খ) উত্তল উপ-ল্যাটিস কী? সেট অন্তর্ভুক্তির অধীন একটি ল্যাটিসের সকল উত্তল উপ-ল্যাটিসের সেট ল্যাটিস কী না? তোমার উত্তরের সত্যতা যাচাই কর। [What is convex sub-lattice? Is the set of all convex sub-lattices of a lattice under set inclusion a lattice? Justify your answer.]
- ২। ক) আইডিয়াল, দ্বৈত আইডিয়াল, প্রধান (মূখ্য) আইডিয়াল এবং মৌলিক আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। [Define ideal, dual ideal, principle ideal and prime ideal of a lattice.]
খ) সম্পূরক ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, সম্পূরক ল্যাটিসের দ্বৈতও সম্পূরক। [Define complemented lattice. Prove that dual of complemented lattice is complemented.]
গ) 100 এর সকল উৎপাদক দ্বারা ভাগ প্রক্রিয়ায় একটি ল্যাটিস গঠন কর। [Construct the lattice with all the factors of 100 under divisibility.]
- ৩। ক) ল্যাটিস হোমোমরফিজম, আইসোমরফিজম ও এন্ডোমরফিজমের সংজ্ঞা দাও। যদি f একটি সম্পূর্ণ ল্যাটিস L এর এন্ডোমরফিজম হয়, তবে প্রমাণ কর যে, কোনো $a \in L$ এর জন্য $f(a) = a$ । [Define lattice homomorphism, isomorphism & endomorphism. If f is an endomorphism of a complete lattice L , then prove that $f(a) = a$ for some $a \in L$.]
খ) ভাজ্য ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, একটি ল্যাটিসের অনুচিত্রিক প্রতিবিম্ব কোনো ভাজ্য ল্যাটিসের সাথে সমচিত্রিক। [Define quotient lattice. Prove that a homomorphic image of a lattice is isomorphic to some quotient lattice.]
গ) সম্পূর্ণ ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। একটি ল্যাটিসের সকল অনুসমতার সেট একটি সম্পূর্ণ ল্যাটিস-প্রমাণ কর। [Define complete lattice. Prove that the set of all congruences of a lattice is complete lattice.]

- ৪। ক) একটি ল্যাটিসের এটম ও দ্বৈত এটম এবং বিতরণী ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, একটি সম্পূরক বিতরণী ল্যাটিসে একটি এটমের সম্পূরক একটি দ্বৈত এটম। [Define atom & dual atom of a lattice and distributive lattice. Show that in a complemented distributive lattice, the complement of an atom is a dual atom.]
খ) প্রমাণ কর যে, বন্টনযোগ্য ল্যাটিস সর্বদাই মডুলার ল্যাটিস কিন্তু বিপরীতক্রমে ইহা সাধারণভাবে সত্য নয়। [Prove that a distributive lattice is always modular but the converse is not true in general.]
- ৫। ক) মডুলার ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। যদি একটি মডুলার ল্যাটিস L এর যেকোনো উপাদান a, b হয়; তবে দেখাও যে, $[a \wedge b, a] \cong [b, a \vee b]$ । [Define modular lattice. If a, b are any elements of a modular lattice L ; then show that $[a \wedge b, a] \cong [b, a \vee b]$.]
খ) সেমি-মডুলার ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। একটি সেমি-মডুলার ল্যাটিসের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $l(x) + l(y) \geq l(x \vee y) + l(x \wedge y)$; যেখানে $l(x)$, x এর দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে। [Define a semi-modular lattice. Prove that in a semi-modular lattice, $l(x) + l(y) \geq l(x \vee y) + l(x \wedge y)$; where $l(x)$ represents the length of x .]
- ৬। ক) ম্যাট্রিক ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, ম্যাট্রিক ল্যাটিস L বন্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবল যদি $v(x \vee y \vee z) - v(x \wedge y \wedge z) = v(x) + v(y) + v(z) - v(x \wedge y) - v(y \wedge z) - v(z \wedge x)$; $\forall x, y, z \in L$ এবং v হচ্ছে L এর ভ্যালুয়েশন। [Define metric lattice. Prove that a metric lattice L is distributive if and only if $v(x \vee y \vee z) - v(x \wedge y \wedge z) = v(x) + v(y) + v(z) - v(x \wedge y) - v(y \wedge z) - v(z \wedge x)$; $\forall x, y, z \in L$ and v denotes the valuation of L .]
খ) ল্যাটিসের ভ্যালুয়েশনের সংজ্ঞা দাও। ধর, v একটি বাস্তব মান ফাংশন, যা একটি নিম্নে সীমিত অংশ সম্পূরক ল্যাটিসের উপর সংজ্ঞায়িত, যখন $v, a \wedge b = 0$ শর্তটি সিদ্ধ $\Rightarrow v(a \vee b) = v(a) + v(b)$; $a, b \in L$, করে তবে প্রমাণ কর যে, v হচ্ছে L এর ভ্যালুয়েশন এবং $v(0) = 0$ । [Define valuation of lattice. Let v be a real-valued function, defined on a section complemented lattice bounded below, whenever v satisfies the condition

$a \wedge b \Rightarrow v(a \vee b) = v(a) + v(b)$; $a, b \in L$, then prove that v is a valuation of L and $v(0) = 0$.]

৭। ক) বুলিয়ান বীজগণিত এবং বুলিয়ান রিং এর সংজ্ঞা দাও। যদি L একটি বুলিয়ান বীজগণিত এবং $a \in L$, তবে দেখাও যে, $L \cong [0, a] \times [a, u]$ । [Define Boolean algebra and Boolean ring. If L is a Boolean algebra and $a \in L$, then show that $L \cong [0, a] \times [a, u]$

খ) বুলিয়ান ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। যদি B একটি বুলিয়ান ল্যাটিস হয়, তবে প্রমাণ কর যে, (i) $(a')' = a$; (ii) $(a' \vee b')' = a \wedge b \quad \forall a, b \in B$ । [Define Boolean lattice. If B is a Boolean lattice, then prove that (i) $(a')' = a$; (ii) $(a' \vee b')' = a \wedge b \quad \forall a, b \in B$.]

গ) দেখাও যে, বুলিয়ান বীজগণিতের দ্বৈতকণ্ড একটি বুলিয়ান বীজগণিত। [Show that dual of a Boolean algebra is a Boolean algebra.]

৮। ক) সম্পূর্ণ D.N. এবং C.N. আকারদ্বয়ের সংজ্ঞা দাও। নিম্নলিখিত বুলিয়ান ফাংশনটি C.N. আকারে বিস্তার কর [Define complete D.N. & C.N. forms. Express C.N. form of the following Boolean function]:

$$f = (a \vee b \vee c) \wedge ((a \wedge b) \vee (a' \wedge c))'$$

খ) ফাংশন $f = (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z) \vee (x' \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x' \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z)$ এর বর্তনী আঁক। ফাংশনটি সরলীকরণ কর এবং সরলীকৃত বর্তনীটি আঁক। [Draw the circuit represented by the function $f = (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y' \wedge z) \vee (x' \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z)$. Simplify the function and draw simplified circuit.]

গ) সুইচিং সার্কিট পদ্ধতি বর্ণনা কর। প্রমাণ কর যে, সুইচিং সার্কিট পদ্ধতি বুলিয়ান বীজগণিত তৈরি করে। [Describe switching circuit system. Prove that the switching circuit system forms a Boolean algebra.]