

NUMSc-2015

ক-বিভাগ

- ১। ক) টোসেট এর সংজ্ঞা দাও। [Define toset.]
 খ) সম্পূর্ণ ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। [Define complete lattice.]
 গ) একটি পোসেট এ কয়টি মিনিমাল উপাদান থাকে? [How many minimal elements does a poset have?]
 ঘ) জর্ডান-ডেডেকাইন্ড শর্ত বর্ণনা কর। [State Jordan-Dedekind condition.]
 ঙ) দ্বৈত আইডিয়াল কাকে বলে? [What is dual ideal?]
 চ) মিনিম্যাক্স উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [State Minimax theorem.]
 ছ) ভ্যালুয়েশন কি? [What is valuation?]
 জ) ভাজ্য ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। [Define quotient lattice]
 ঝ) বুলিয়ান বীজগণিত কি? [What is Boolean algebra?]
 ঞ) বন্টনযোগ্য ল্যাটিসের একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a distributive lattice.]
 ট) সম্পূর্ণ D.N. আকারের সংজ্ঞা দাও। [Define complete D.N. form.]
 ঠ) C.N. আকারের একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a C.N. form.]

খ-বিভাগ

- ২। পোসেটের দ্বৈত নীতি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove the duality principle of a poset.]
 ৩। ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে ৩০ এ উৎপাদকগুলো একটি ল্যাটিস গঠন কর। [Construct a lattice with all factors of 30 under divisibility.]
 ৪। প্রমাণ কর ল্যাটিস L এর একটি অশূন্য উপসেট I আইডিয়াল হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি— [Prove that, a non-empty subset I of a lattice L is an ideal if and only if —]
 (i) সকল $a, b \in I \Rightarrow a \vee b \in I$
 (ii) সকল $a \in I, x \in L, x \leq a \Rightarrow x \in I$ হয়।
 ৫। দেখাও যে, একটি সম্পূর্ণকৃত বিতরণী ল্যাটিসে একটি এটমের সম্পূর্ণকৃত একটি দ্বৈত এটম। [Show that, in a complemented distributive lattice the complement of an atom is a dual atom.]

- ৬। প্রমাণ কর যে, মড্যুলার ল্যাটিসের অনুচিত্রণ একটি মড্যুলার ল্যাটিস। [Prove that, homomorphic image of a modular lattice is modular.]
 ৭। প্রমাণ কর যে, বন্টনযোগ্য ল্যাটিস সর্বদাই মড্যুলার কিন্তু বিপরীতক্রমে ইহা সাধারণভাবে সত্য নয়। [Prove that, a distributive lattice is always modular but the converse is not true in general.]
 ৮। প্রমাণ কর যে, বুলিয়ান বীজগণিতের দ্বৈতও একটি বুলিয়ান বীজগণিত হবে। [Prove that, the dual of a Boolean algebra is also a Boolean algebra.]
 ৯। $xyz + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z}$ এক্সপ্রেশনের সমতুল্য মিনিমাল এক্সপ্রেশন বের কর এবং মিনিমাল এক্সপ্রেশনের লজিক সার্কিট আঁক। [Find a minimal expression equivalent to $xyz + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z}$ and hence draw the logic circuit of the minimal expression.]

গ-বিভাগ

- ১০। চেইনের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, একটি ল্যাটিস যা কোনো অসীম চেইনকে উপসেট হিসাবে ধারণ করে না, তা একটি সম্পূর্ণ ল্যাটিস। [Define chain. Prove that, a lattice is complete unless it has a subset which forms an infinite chain.]
 ১১। প্রমাণ কর যে, বীজগণিত $(A; \wedge, \vee)$ ল্যাটিস হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $(A; \wedge)$ এবং $(A; \vee)$ সেমি ল্যাটিস হয় এবং $a = a \wedge b$ ও $b = a \vee b$ সমতুল্য হয়। যদি $(A; \wedge, \vee_1)$ এবং $(A; \wedge, \vee_2)$ উভয়ই ল্যাটিস হয়, তবে প্রমাণ কর যে, \vee_1 এবং \vee_2 একই হবে। [Prove that, the algebra $(A; \wedge, \vee)$ is a lattice if and only if $(A; \wedge)$ and $(A; \vee)$ are semi-lattices and $a = a \wedge b$ is equivalent to $b = a \vee b$. Verify that if $(A; \wedge, \vee_1)$ and $(A; \wedge, \vee_2)$ are both lattices, then \vee_1 is the same as \vee_2 .]
 ১২। আইডিয়াল ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। একটি ল্যাটিস L এর জন্য দেখাও যে, সকল আইডিয়ালের সেট $(I(L), \subseteq)$ একটি ল্যাটিস। [Define ideal lattice. For a lattice L , Show that, the set of all ideals $(I(L), \subseteq)$ is a lattice.]
 ১৩। উদাহরণসহ মড্যুলার ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। যদি একাট মড্যুলার ল্যাটিস L এর উপাদান a, b হয়, তবে দেখাও যে, $[a \wedge b, a] \cong [b, a \vee b]$ [Define modular

lattice with an example. If a, b are any elements of a modular lattice L , Show that, $[a \wedge b, a] \cong [b, a \vee b]$.

১৪। সম্পূর্ণক ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, ল্যাটিস L বন্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a)$ $\forall a, b, c \in L$ হয়। [Define complemented lattice. Prove that, a lattice L is distributive if and only if $(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a) \forall a, b, c \in L$.]

১৫। ম্যাট্রিক ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, ম্যাট্রিক ল্যাটিস বন্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $v(x \vee y \vee z) - v(x \wedge y \wedge z) = v(x) + v(y) + v(z) - v(x \wedge y) - v(y \wedge z) - v(z \wedge x); \forall x, y, z \in L$ যেখানে v হচ্ছে L এর ভ্যালুয়েশন। [Define metric lattice. Prove that, a metric lattice L is distributive if and only if $v(x \vee y \vee z) - v(x \wedge y \wedge z) = v(x) + v(y) + v(z) - v(x \wedge y) - v(y \wedge z) - v(z \wedge x); \forall x, y, z \in L$ where v denotes the valuation of L .]

১৬। বুলিয়ান বীজগণিত এবং বুলিয়ান রিং এর সংজ্ঞা দাও। যদি L একটি বুলিয়ান বীজগণিত এবং $a \in L$ হয়, তবে দেখাও যে, $L \cong [0, a] \times [a, u]$ । [Define Boolean algebra and Boolean ring. If L is a Boolean algebra and $a \in L$, then show that $L \cong [0, a] \times [a, u]$.]

১৭। প্রমাণ কর যে, প্রত্যেক বুলিয়ান বীজগণিত এককসহ একটি বুলিয়ান রিং হবে। [Prove that, every Boolean algebra is a Boolean ring with unity.]