NUMSc-2020

ক-বিভাগ

১। (ক) পোসেটের সংজ্ঞা দাও। [Define a poset.]
(খ) উত্তল উপল্যাটিস কাকে বলে? [What is called convex sub-lattice?]

(গ) পূরকীকৃত ল্যাটিস কী? [What is a complemented lattice?]

(ঘ) দ্বৈত আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। [Define dual ideal.]
(ঙ) প্রত্যেক উপল্যাটিস কি আইডিয়াল? [Is every sub-lattice an ideal?]

(চ) বুলিয়ান ল্যাটিস কী? [What is Boolean lattice?]
(ছ) বণ্টনযোগ্য ল্যাটিসের একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a distributive lattice.]
(জ) ল্যাটিসের অ্যাটম কী? [What is an atom of a lattice?]
(ঝ) DN আকার বলতে কী বুঝ? [What do you mean by a DN form?]

(ঞ) পোসেটের দ্বৈত নীতি বর্ণনা কর। [State the duality principle of a poset.]
(ট) সরলীকরণ কর [Simplify]: $x+xy$
(ঠ) ব্রিজ-সার্কিটের একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a Bridge-circuit.]

গ-বিভাগ

২। Minimax উপপাদ্যটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Minimax theorem.]

৩। প্রমাণ কর যে, কোনো ল্যাটিস L এর একটি অশূন্যক উপসেট I আইডিয়াল হবে যদি এবং কেবল যদি [Prove that a non-empty subset I of a lattice L is an ideal iff]
(i) $\forall\, a, b \in I \Rightarrow a \vee b \in I$ (ii) $\forall a \in I, x \in L, x \leq a \Rightarrow x \in I$

৪। প্রমাণ কর যে, বণ্টনযোগ্য ল্যাটিস সর্বদাই মডুলার কিন্তু বিপরীতক্রমে ইহা সাধারণভাবে সত্য নয়। [Prove that a distributive lattice is always modular but the converse is not true in general.]

৫। যদি গরিষ্ঠ উপাদান u সহ $(p\,;\leq)$ এরূপ একটি পোসেট হয় যেন p এর প্রত্যেক অশূন্যক উপসেট S এর ইনফিমাম থাকে, তবে প্রমাণ কর যে, p একটি সম্পূর্ণ ল্যাটিস। [If a poset $(p\,;\leq)$ with a greatest element u such that every non-empty subset S of p has inf, then prove that p is a complete lattice.]

৬। বর্তনীটি আঁক [Draw the circuit]: $x \wedge [(y \vee w') \vee (z' \wedge (x \vee w \vee z'))]$

৭। ভাগ প্রক্রিয়ায় 24 এর উৎপাদকসমূহের ল্যাটিস অংকন কর। [Construct the lattice with all factors of 24 under divisibility.]

৮। যদি L এবং M মডুলার হয় তবে প্রমাণ কর যে, $L \times M$ মডুলার হবে। [If L and M are modular, then prove that $L \times M$ is modular.]

৯। প্রমাণ কর যে, বুলিয়ান বীজগণিত স্বদ্বৈত। [Prove that a Boolean algebra is self-dual.]

গ-বিভাগ

১০। প্রমাণ কর যে, ল্যাটিসের সেট তত্ত্বীয় সংজ্ঞা ও বীজগণিতীয় সংজ্ঞা সমতুল্য। [Prove that the set theoretic definition and the algebraic definition of a lattice are equivalent.]

১১। যদি L_1, L_2, M_1, M_2 এমন ল্যাটিস হয় যেন $L_1 \cong M_1$ এবং $L_2 \cong M_2$, তবে দেখাও যে [If L_1, L_2, M_1, M_2 are such lattices that $L_1 \cong M_1$ and $L_2 \cong M_2$, then show that],

$$L_1 \times L_2 \cong M_1 \times M_2 \cong M_2 \times M_1$$

১২। প্রমাণ কর যে, কোনো ল্যাটিস L মডুলার হবে যদি এবং কেবল যদি আইডিয়াল ল্যাটিস $I(L)$ মডুলার হয়। [Prove that a lattice L is modular iff the ideal lattice $I(L)$ is modular.]

১৩। প্রমাণ কর যে, কোনো ল্যাটিস L বণ্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবল যদি [Prove that a lattice L is distributive iff]

$$(x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (z \vee x) = (x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x) \quad \forall x, y, z \in L$$

১৪। মেট্রিক ল্যাটিসের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, $\forall x, y, z \in L$ এর জন্য কোনো মেট্রিক ল্যাটিস L বণ্টনযোগ্য হবে যদি এবং কেবল যদি [Define a metric lattice. Prove that a metric lattice L is distributive iff $\forall x, y, z \in L$,]

$$v(x \vee y \vee z) - v(x \wedge y \wedge z) = v(x) + v(y) + v(z) - v(x \wedge y) - v(y \wedge z) - v(z \wedge x)$$

১৫। প্রমাণ কর যে, প্রত্যেক বুলিয়ান বীজগণিত এককসহ একটি বুলিয়ান রিং। [Prove that every Boolean algebra is a Boolean ring with unity.]

১৬। নিম্নের ফাংশনদ্বয়কে যথাক্রমে বিয়োজক আকার এবং সংযোজক আকারে প্রকাশ কর [Express the following two functions respectively in D.N form and C.N. form]:
(i) $[(x' \wedge y) \vee (x \wedge z)'] \wedge [x \vee (y \wedge z)]'$
(ii) $(a \vee b \vee c) \wedge [(a \wedge b) \vee (a' \wedge c)']$

১৭। নিম্নলিখিত ফাংশনটিকে সরলীকৃত করে এটির সাহায্যে ব্রীজ সার্কিট ও সিরিজ সমান্তরাল সার্কিট আঁক [Simplify the following function and draw the bridge circuit and series parallel cicuit]:

$$f = (d'n + d'c'a + en + ec'a)(d' + m + b' + c'a)(e + m + b' + n)$$