

NUH-2013

ক-বিভাগ

- ১। (ক) ফুরিয়ার সহগগুলো কি কি? [What is the Fourier co-efficient?]
- (খ) উদাহরণসহ জোড় ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ। [Define even function with examples.]
- (গ) বিপরীত ল্যাপলাস রূপান্তরের সংজ্ঞা লিখ। [Define inverse Laplace transform.]
- (ঘ) $L(t^n)$ এর মান কত? [Find the value of $L(t^n)$?]
- (ঙ) জটিল আকারের ফুরিয়ার রূপান্তরের সংজ্ঞা লিখ। [Define the complex form of the Fourier transform.]
- (চ) জটিল ডোমেনে গামা ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ। [Define Gamma function in complex domain.]
- (ছ) $\psi(z)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define $\psi(z)$.]
- (জ) ভ্রান্তি ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Error function.]
- (ঝ) লেজেন্ডার বহুপদী $p_n(x)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define Legendre polynomial $p_n(x)$.]
- (ঞ) বেসেল ব্যবকলন সমীকরণটি লিখ। [Write down Bessel differential equation.]
- (ট) হারমাইট বহুপদী $H_n(x)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define Hermite polynomial $H_n(x)$.]
- (ঠ) $L_1(x)$ এর মান কত? [Find the value of $L_1(x)$.]

খ-বিভাগ

- ২। দেখাও যে, জোড় ফাংশনের ফুরিয়ার ধারায় কোনো সাইনপদ থাকে না। [Show that the Fourier series of an even function can have no sine term.]
- ৩। দেখাও যে [Show that], $L(t^2 \sin at) = \frac{6as^2 - 2a^3}{(s^2 + a^2)^3}$ ।
- ৪। দেখাও যে [Show that], $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}\right\} = \frac{t \sin at}{2a}$ ।
- ৫। দেখাও যে [Show that],
- (i) $erf(-x) = -erf(x)$
- (ii) $erf(0) = 0$
- ৬। $(1 - 2hx + h^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)h^n$ জেনারেটিং ফাংশন ব্যবহার করে প্রমাণ কর
- [Using the generating function $(1 - 2hx + h^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)h^n$],
- $(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x), n \geq 1$
- ৭। প্রমাণ কর যে [Prove that], $J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ ।
- ৮। দেখাও যে [Show that], $(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1-x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)$ ।
- ৯। দেখাও যে [Show that], $H_n(x) = 2^n \left(e^{-\frac{1}{4} \frac{d^2}{dx^2}} \right) x^n$

গ-বিভাগ

১০। $(-\pi, \pi)$ ব্যবধিতে $f(x)$ ফাংশনের ফুরিয়ার ধারা নির্ণয় কর যেখানে,

$$f(x) = \begin{cases} \pi + x & \text{যখন } -\pi < x < 0 \\ \pi - x & \text{যখন } 0 < x < \pi \end{cases} \text{ এবং অতঃপর দেখাও যে } \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi}{8^2} \text{।}$$

[Find the Fourier series for the function $f(x)$ in the interval

$$(-\pi, \pi) \text{ where } f(x) = \begin{cases} \pi + x & \text{when } -\pi < x < 0 \\ \pi - x & \text{when } 0 < x < \pi \end{cases} \text{ and hence prove}$$

$$\text{that, } \frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi}{8^2} \text{.]}$$

১১। ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে অন্তরক সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। [Use Laplace transform to solve the differential equation.]

$$y'' + 2y' + 5y = e^{-t} \sin t \text{ যখন } y(0) = 0, y'(0) = 1$$

১২। যদি $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{যখন } |x| < 1 \\ 0, & \text{যখন } |x| > 1 \end{cases}$ তবে ফুরিয়ার রূপান্তর এবং পারসিভাল অভেদ

ব্যবহার করে $\int_0^{\infty} \frac{(x \cos x - \sin x)^2}{x^6} dx$ এর মান নির্ণয় কর। [If

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{when } |x| < 1 \\ 0, & \text{when } |x| > 1 \end{cases} \text{ then using the Fourier transform and}$$

Parseval's identity, evaluate $\int_0^{\infty} \frac{(x \cos x - \sin x)^2}{x^6} dx$]

১৩। গামা ফাংশনের তিন প্রকারের সংজ্ঞা দাও এবং দেখাও যে, সেগুলো প্রতিক্রমে সমতুল্য। [Define Gamma function in three ways and show that they are equivalent.]

১৪। $J_n(x)$ এর উৎপাদনকারী ফাংশন বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the generating function for $J_n(x)$.]

১৫। $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ ফাংশনটিকে লেজেভার বহুপদীর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Express $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ in terms of Legendre polynomial.]

১৬। দেখাও যে [Show that], $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$

১৭। দেখাও যে [Show that],

$$(i) L'_n(x) = -\sum_{r=0}^{n-1} L_r(x)$$

$$(ii) L_n^m(x) = \frac{e^x x^{-m}}{\Gamma(n)} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x} x^{n+m})$$