NUH-2014

ক-বিভাগ

১। (ক) ফুরিয়ার ফাংশনের পর্যায়কাল এর সংজ্ঞা দাও। [Define period of a Fourier function.]

(খ) যদি $f(x)$ ফাংশনকে $(5,\pi)$ ব্যবধিতে $\pi-5$ পর্যায়কালে সংজ্ঞায়িত করা হয়, ফুরিয়ার ধারাটি লিখ। [If the function $f(x)$ is defined in the interval $(5,\pi)$ with period $\pi-5$, write down Fourier series.]

(গ) যদি $L\{F(t)\}=f(s)$ হয়, তবে $L\{F''(t)\}=$ কত? [If $L\{F(t)\}=f(s)$, then $L\{F''(t)\}=?$]

(ঘ) ল্যাপলাস রূপান্তরের কনভলিউসন উপপাদ্যটি লিখ। [State the convolution theorem for Laplace transforms.]

(ঙ) সাধারণ আকারে ফুরিয়ার যোগজের সূত্রটি লিখ। [Write down the general forms of Fourier integral formula.]

(চ) বিপরীত ফুরিয়ার কোসাইন রূপান্তরের সংজ্ঞা দাও। [Define inverse Fourier cosine transform.]

(ছ) গামা ফাংশনের ভায়াস্ট্রাসের সংজ্ঞাটি লিখ। [Write down the Weierstrass's definition of gamma function.]

(জ) $P_1(x)$ এবং $P_2(x)$ এর মান কত? [What is the value of $P_1(x)$ and $P_2(x)$?]

(ঝ) প্রথম প্রকারের বেসেল ফাংশনের সূত্রটি লিখ। [Write down the formula of Bessel function of the first kind.]

(ঞ) $J_0(x)$ এর ধারাটি লিখ। [Write down the series of $J_0(x)$.]

(ট) ল্যাগুরি বহুপদীর জেনারেটিং ফাংশন কাকে বলে? [Define generating function for Laguerre polynomials.]

(ঠ) হারমাইটের অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write down the Hermite differential equation.]

(ড) গ্রীনের ফাংশনের বর্ণনা দাও। [State Green's function]

খ-বিভাগ

২। ফাংশন $f(x)=x, 0<x<2$ কে অর্ধরেঞ্জ ফুরিয়ার কোসাইন ধারায় বিস্তৃত কর। [Find the half-range Fourier cosine series of the function $f(x)=x$ in the interval $0<x<2$.]

৩। যদি $L\{F(t)\}=f(s)$ হয়, তবে দেখাও যে, $L\{F(at)\}=\frac{1}{a}f\left(\frac{s}{a}\right)$। [If $L\{F(t)\}=f(s)$, then show that, $L\{F(at)\}=\frac{1}{a}f\left(\frac{s}{a}\right)$]

৪। $F(x)$ এর ফুরিয়ার রূপান্তর নির্ণয় কর, যেখানে [Find the Fourier transform of $F(x)$, where] $F(x)=\begin{cases}1-x^2, x<1 \text{ অথবা } x>-1\\ 0, \quad x>1 \text{ অথবা } x<-1\end{cases}$।

৫। দেখাও যে [Show that], $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2(s+1)^2}\right\}=te^{-t}+2e^{-t}+t-2$

৬। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-1}^{1}P_m(x)P_n(x)\,dx=0, m\neq n$।]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com

৭। দেখাও যে [Show that], $P_{2n}(0)=(-1)^n\dfrac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2\cdot4\cdot6\cdots2n}$

৮। দেখাও যে [Show that], $J_0'(x)=-J_1(x)$ ।

৯। ল্যাগুরির বহুপদীতে $f(x)=e^{-ax}$ কে বিস্তৃত কর। [Expand $f(x)=e^{-ax}$ in Laguerre polynomials.]

গ-বিভাগ

১০। $f(x)=x-x^2,-\pi<x<\pi$ কে ফুরিয়ার ধারায় প্রকাশ কর এবং এটি হতে দেখাও যে, $\dfrac{\pi^2}{12}=\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}-\cdots$ । [Express $f(x)=x-x^2,-\pi<x<\pi$ in a Fourier series and hence prove that, $\dfrac{\pi^2}{12}=\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}-\cdots$]

১১। নিম্নে বর্ণিত আদিমান সমস্যাটি ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর: [Using Laplace transform solve:]

$y''+2y'+y=4\sin t$, যখন [When] $y(0)=-2, y'(0)=1$ ।

১২। ফুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর [Use the Fourier transform to solve]: $\dfrac{\partial u}{\partial t}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, U(0,t)=0, U(4,t)=0,\ U(x,0)=2x,$ যেখানে [where] $0<x<4; t>0$ ।

১৩। (ক) লেজেন্ডার বহুপদী $P_n(x)$ এর সংজ্ঞা দাও। $\sum_{n=0}^{\infty}h^nP_n(x)=(1-2xh+h^2)^{-1/2}$ ব্যবহার করে $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x),$

$P_4(x)$ নির্ণয় কর। [Define Legendre polynomial $P_n(x)$. Using $\sum_{n=0}^{\infty}h^nP_n(x)=(1-2xh+h^2)^{-1/2}$, find $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x), P_4(x)$.]

(খ) দেখাও যে [Show that], $\int_{-1}^{1}xP_n(x)P_{n-1}(x)\,dx=\dfrac{2n}{4n^2-1}$

১৪। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-1}^{1}P_m(x)P_n(x)dx=\dfrac{2}{2n+1}\delta_{mn}$, যেখানে [where] $\delta_{mn}=\begin{cases}0, & \text{যখন } m\neq n\\ 1, & \text{যখন } m=n\end{cases}$ ।

১৫। (ক) দেখাও যে, $(0,\infty)$ ব্যবধিতে $\{g_1,g_2,\cdots\}$ সেটটি (যেখানে $g_n=e^{-x/2}\ln(x)$) একটি লাম্বিক জোট গঠন করে, লাম্বিক সেটটি নির্ণয় কর। [Show that, the set $\{g_1,g_2,\cdots\}$ where $g_n=e^{-x/2}\ln(x)$ forms an orthogonal system on the interval $(0,\infty)$. Also find the orthogonal set.]

(খ) যদি $m<n$ হয়, তবে দেখাও যে [If $m<n$, then show that], $\dfrac{d^m}{dx^m}\{H_n(x)\}=\dfrac{2^m\lfloor n}{\lfloor n-m}H_{n-m}(x)$ ।

১৬। নিম্নের সীমানামান সমস্যাটির আইগেনমান ও আইগেন ফাংশন নির্ণয় কর [Find the eigen values and eigen function of the following boundary value problem]: $y''+\lambda y=0, y(0)=0, y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0, y(\pi)=0$

১৭। প্রমাণ কর যে, $L_n(x)=\dfrac{e^x}{n!}\dfrac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$ । এটি ব্যবহার করে $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ এর মান নির্ণয় কর। [Prove that

www.pimathlcub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com

$L_n(x) = \frac{e^x}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$. Using it, find the value of $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$.]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com