NUH-2015

ক-বিভাগ

১। (ক) অর্ধপাল্লা ফুরিয়ার ধারার সংজ্ঞা দাও। [Define half-range Fourier series]

(খ) বিপরীত ল্যাপলাস রূপান্তরের সংজ্ঞা লিখ। [Define Inverse Laplace Transform.]

(গ) উদাহরণসহ বিজোড় ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define odd function with example.]

(ঘ) $L\{\sin at\}$ এর মান কত? [Find the value of $L\{\sin at\}$.]

(ঙ) ফুরিয়ার রূপান্তরের সংবর্তন উপপাদ্যটি লিখ। [State the convolution theorem of Fourier transform.]

(চ) ফুরিয়ার রূপান্তরের সংজ্ঞা দাও। [Define Fourier Transform.]

(ছ) লেজেন্ডার বহুপদীর জন্য রডরিগের সূত্রটি লিখ। [Write Rodrigue's formula for Legendre polynomial.]

(জ) ভ্রান্তি ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ। [Define Error function.]

(ঝ) বেসেল অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write the Bessel differential equation.]

(ঞ) আইগেন মান ও আইগেন ফাংশন বলতে কি বুঝ? [What do you mean by Eigen value and Eigen function?]

(ট) $J_n(x)$ এর উৎপাদনকারী ফাংশনটি লিখ। [Write generating function $J_n(x)$.]

(ঠ) হারমাইট বহুপদী ও লেজেন্ডার বহুপদীর মধ্যে সম্পর্কটি লিখ। [Write the relation between Hermite polynomial and Legendre polynomial.]

(ড) e^t ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় কর। [Write Laplace transform of e^t.]

খ-বিভাগ

২। নিম্ন বর্ণিত ফাংশনের ফুরিয়ার ধারায় বিস্তৃতি কর [Expand the following function in Fourier series]: $f(x)=\begin{cases}0, & \text{যখন } -\pi<x<0\\ 1, & \text{যখন } 0<x<\pi\end{cases}$

৩। দেখাও যে [Show that], $L^{-1}\left\{\dfrac{2s-11}{s^2-s-6}\right\}=3e^{-2t}-e^{3t}$

৪। পারসিভালের অভেদ ব্যবহার করে $\int_0^\infty \frac{(x\cos x-\sin x)^2}{x^6}dx$ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $F(x)=\begin{cases}1-x^2, & x<1 \text{ বা } x>-1\\ 0, & x>1 \text{ বা } x<-1\end{cases}$ [Evaluate $\int_0^\infty \frac{(x\cos x-\sin x)^2}{x^6}dx$ using Parseval's identity, where $F(x)=\begin{cases}1-x^2, & x<1 \text{ বা } x>-1\\ 0, & x>1 \text{ বা } x<-1\end{cases}$.]

৫। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-1}^{1}\{P_n(x)\}^2dx=\dfrac{2}{2n+1}$

৬। দেখাও যে [Show that], $(2n+1)P_n(x)=P'_{n+1}(x)-P'_{n-1}(x)$

৭। প্রমাণ কর যে [Prove that], $J_{-n}(x)=(-1)^nJ_n(x)$

৮। দেখাও যে [Show that], $\dfrac{d}{dx}[x^nJ_n(x)]=x^nJ_{n-1}(x)$

৯। হারমাইট বহুপদীর লম্বিকতার ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}H_m(x)H_n(x)dx=0$, যখন $m\neq n$ । [Prove that, $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}H_m(x)H_n(x)dx=0$ when $m\neq n$ for orthogonal property of Hermite polynomial.]

গ-বিভাগ

১০। $-\pi < x < \pi$ ব্যবধিতে $f(x) = x + x^2$ ফাংশনটিকে ফুরিয়ার ধারায় বিস্তৃতি কর। ইহা হতে দেখাও যে, $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$ । [Find the Fourier series of the function $f(x) = x + x^2$ in the interval $-\pi < x < \pi$. Hence prove that, $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$.]

১১। যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয়, তবে দেখাও যে [If $L\{F(t)\} = f(s)$, then show that],

(ক) $L\left\{\int_0^t \frac{\sin u}{u} du\right\} = \frac{1}{s}\tan^{-1}\left(\frac{1}{s}\right)$

(খ) $L\left\{\int_0^t F(u)\, du\right\} = \frac{f(s)}{s}$

১২। $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{যখন } |x| < a \\ 0, & \text{যখন } |x| > a \end{cases}$ এর ফুরিয়ার রূপান্তর নির্ণয় কর এবং অতঃপর $\int_0^\infty \frac{\sin u}{u} du$ এর মান নির্ণয় কর। [Determine the Fourier transform of $f(x) = \begin{cases} 1, & when\ |x| < a \\ 0, & when\ |x| > a \end{cases}$ and also Evaluate $\int_0^\infty \frac{\sin u}{u} du$.]

১৩। লেজেন্ডার বহুপদী থেকে রডরিগের সূত্রটি লিখ এবং প্রমাণ কর। [State and prove the Rodrigue’s formula of Legender polynomial.]

১৪। (ক) প্রমাণ কর যে [Prove that], $e^{\frac{x}{2}(t - t^{-1})} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} t^n J_n(x)$ ।

(খ) বেসেল ফাংশনের সাহায্যে প্রমাণ কর যে [Using Bessel function prove that], $\int_0^x x^n J_{n-1}(x)\, dx = x^n J_n(x)$

১৫। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_m(x) H_n(x)\, dx = 2^n \underline{|n}\sqrt{\pi}\,\delta_{mn}$

যেখানে [Where], $\delta_{mn} = \begin{cases} 0, & \text{যখন } m = n \\ 1, & \text{যখন } m \neq n \end{cases}$ ।

১৬। $y'' + \lambda y = f(x), y(\pi) = 0, y(0) = 0$ সীমামান সমস্যাটির জন্য একটি গ্রীনের ফাংশন গঠন কর। [Construct a Green function for the Boundary value problem]

১৭। ফুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর $\frac{\partial U}{\partial t} = 3\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, যখন $U(0,t) = U(2,t) = 0, t > 0$ এবং $U(x,0) = x, 0 < x < 2$ । [Use the Fourier transform to solve $\frac{\partial U}{\partial t} = 3\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, when $U(0,t) = U(2,t) = 0, t > 0$ and $U(x,0) = x, 0 < x < 2$.]