NUH-2016

ক বিভাগ

১। (ক) ফুরিয়ার ফাংশনের পর্যায়কাল এর সংজ্ঞা দাও। [Define period of a Fourier function.]

(খ) জটিল আকারের ফুরিয়ার রূপান্তরের সংজ্ঞা দাও। [Define the complex form of a Fourier transformation.]

(গ) যদি $L\{F(t)\}=f(s)$ হয়, তবে $L\{F''(t)\}=$ কত? [If $L\{F(t)\}=f(s)$, then $L\{F''(t)\}=?$]

(ঘ) জটিল ডোমেনে গামা ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ। [Define Gamma function in complex domain.]

(ঙ) ল্যাপলাসের কনভলিউসনের উপপাদ্যটি লিখ। [State the convolution theorem for Laplace transforms.]

(চ) গামা ফাংশনের ভায়ার্ট্রাসের সংজ্ঞাটি লিখ। [Write down the Weierstrass's definition of gamma function.]

(ছ) প্রথম প্রকারের বেসেল ফাংশনের সূত্রটি লিখ। [Write down the formula of Bessel function of the first kind.]

(জ) লেজেন্ডার বহুপদী $P_n(x)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define Legendre polynomial $P_n(x)$.]

(ঝ) $\psi(z)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define $\psi(z)$.]

(ঞ) $J_0(x)$ এর ধারাটি লিখ। [Write down the series of $J_0(x)$]

(ট) ল্যাগুরি বহুপদীর জেনারেটিং ফাংশন কাকে বলে? [Define generating function for Laguerre polynomials.]

(ঠ) গ্রীনের ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Green's function.]

(ড) হারমাইট বহুপদীর ইন্টিগ্রাল আকার লিখ। [Write down the integral form of Hermite polynomial.]

খ বিভাগ

২। $f(x)$ এর সসীম ফুরিয়ার সাইন রূপান্তর নির্ণয় কর, যেখানে $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le \frac{\pi}{2} \\ \pi-x, & \frac{\pi}{2}\le x\le \pi \end{cases}$। [Find the finite Fourier sine transform of $f(x)$, if $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le \frac{\pi}{2} \\ \pi-x, & \frac{\pi}{2}\le x\le \pi \end{cases}$]

৩। দেখাও যে [Show that], $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2(s+1)^2}\right\}=te^{-t}+2e^{-t}+t-2$

৪। দেখাও যে [Show that],

$$\int_{-1}^{1} p_m(x)\,p_n(x)\,dx=0 \qquad m\ne n$$

৫। প্রমাণ কর যে, $p_n(-x)=(-1)^n\,p_n(x)$ এবং $p_3(x)$ নির্ণয় কর। [Prove that, $p_n(-x)=(-1)^n\,p_n(x)$ and find the value of $p_3(x)$.]

৬। হারমাইট বহুপদী ও লেজেন্ডার বহুপদীর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। [Establish the relation between Hermite polynomial and Legendre polynomial.]

৭। দেখাও যে [Show that], $(n+1)L_{n+1}(x)=(2n+1-x)L_n(x)-n\,L_{n-1}(x)$

৮। ল্যাগুরির বহুপদীতে $f(x)=e^{-ax}$ কে বিস্তৃত কর। [Expand $f(x)=e^{-ax}$ in Laguerre polynomials.]

৯। দেখাও যে [Show that], $H_n(x)=(-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}$

গ বিভাগ

১০। যদি $f(x)=\begin{cases} x+\dfrac{\pi}{2} & \text{যখন } -\pi<x<0 \\ \dfrac{\pi}{2}-x & \text{যখন } 0\le x\le \pi \end{cases}$ হয়, তবে ইহার ফুরিয়ার ধারা বাহির কর। ইহা হতে দেখাও যে, $\frac{1}{1^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{8}$ । [Find the Fourier series of $f(x)$, where $f(x)=\begin{cases} x+\dfrac{\pi}{2}, & -\pi<x<0 \\ \dfrac{\pi}{2}-x, & 0\le x\le \pi \end{cases}$ and hence prove that, $\frac{1}{1^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{5^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{8}$.]

১১। ফুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর [Use Fourier transform to solve]:

$$\frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, U(0,t)=0; U(4,t)=0, U(x,0)=2x,$$

যখন [where] $0<x<4; t>0$

১২। (ক) লেজেন্ডার বহুপদীর লম্বিক উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the Orthogonality theorem of Legendre polynomials.]

(খ) দেখাও যে [Show that], $\int_{-1}^{1}\{p_n(x)\}^2\,dx=\frac{2}{2n+1}$

১৩। পারসিভালের অভেদ বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Parseval's identity.]

১৪। ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে অন্তরক সমীকরণটির সমাধান কর [Use Laplace transform to solve the differential equation]:

$y''+2y'+5y=e^{-t}\sin t$ যখন [when] $y(0)=0,\ y'(0)=1$

১৫। (ক) বেসেলের অন্তরক সমীকরণটি লিখ এবং এর সমাধান কর। [Write the Bessel differential equation and hence solve it.]

(খ) দেখাও যে [Show that], (i) $J_{\frac{1}{2}}(x)=\sqrt{\frac{1}{\pi x}}\sin x$

(ii) $J_{\frac{3}{2}}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\left(\frac{\sin x}{x}-\cos x\right)$

১৬। প্রমাণ কর যে, $L_n(x)=\frac{e^x}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$ । ইহা ব্যবহার করে $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ এর মান নির্ণয় কর। [Prove that $L_n(x)=\frac{e^x}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$. Using it find the value of $L_0(x), L_1(x), L_2(x), L_3(x)$.]

১৭। দেখাও যে [Show that], (i) $L_n'(x)=-\sum_{r=0}^{n-1}L_r(x)$

(ii) $L_n^m(x)=\frac{e^x x^{-m}}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^{n+m})$