

NUH-2017

ক বিভাগ

- ১। (ক) উদাহরণসহ বিজোড় ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define odd function with examples.]
 (খ) বিপরীত ল্যাপলাস রূপান্তরের সংজ্ঞা দাও। [Define inverse Laplace transform.]
 (গ) যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয়, তবে $L\{F'(t)\} =$ কত? [If $L\{F(t)\} = f(s)$, then $L\{F'(t)\} = ?$]
 (ঘ) ফুরিয়ার রূপান্তরের কনভলিউশন উপপাদ্যটি লিখ। [State the convolution theorem for Fourier transform.]
 (ঙ) জটিল ডোমেনে গামা ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ। [Define Gamma function in complex domain.]
 (চ) $\psi(z)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define $\psi(z)$.]
 (ছ) বেসেলের অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write the Bessel differential equation.]
 (জ) $J_n(x)$ এর উৎপাদনকারী ফাংশন বর্ণনা কর। [State the generating function for $J_n(x)$.]
 (ঝ) এরর ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define error function.]
 (ঞ) $L(\sin at)$ এর মান কত? [Find the value of $L(\sin at)$.]
 (ট) হারমাইট বহুপদী $H_n(x)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define Hermite polynomial $H_n(x)$.]
 (ঠ) $L_0(x)$ ও $L_1(x)$ এর মান কত? [Find the value of $L_0(x)$ and $L_1(x)$.]

খ বিভাগ

- ২। ফুরিয়ার ধারার জন্য পারসিভাল অভেদ বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Parseval's identity for Fourier series.]
 ৩। যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয়, তবে দেখাও যে [If $L\{F(t)\} = f(s)$, then show that], $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$

- ৪। দেখাও যে [Show that], (i) $\operatorname{erf}(-x) = -\operatorname{erf}(x)$

$$(ii) \operatorname{erf}(\infty) = 1$$

- ৫। জেনারেটিং ফাংশন $e^{\frac{x}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x)t^n$ কে ব্যবহার করে দেখাও যে [Using

the generating function $e^{\frac{x}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x)t^n$ show that],

$$2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

- ৬। লেজেভার বহুপদী থেকে রডরিগসের সূত্রটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Rodrigue's formula for Legendre polynomials.]

- ৭। দেখাও যে [Show that],

$$(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1-x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)$$

- ৮। দেখাও যে [Show that], $H_n(x) = 2^n \left(e^{-\frac{1}{4} \frac{d^2}{dx^2}} \right) x^n$

- ৯। ফুরিয়ার রূপান্তরের জন্য কনভলিউশন উপপাদ্যটি প্রমাণ কর। [Prove the convolution theorem for Fourier transform.]

গ বিভাগ

- ১০। $-\pi < x < \pi$ ব্যবধিতে $f(x) = x + x^2$ ফাংশনটিতে ফুরিয়ার ধারায় বিস্তৃত কর। ইহা হতে দেখাও যে [Find the Fourier series of the function $f(x) = x + x^2$ in the interval $-\pi < x < \pi$. Hence prove that],

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

১১। $F(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ এর ফুরিয়ার রূপান্তর নির্ণয় কর এবং

$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin na \cos nx}{n} dn$ এর মান নির্ণয় কর। [Find the Fourier transform of

$F(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$; and hence evaluate $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin na \cos nx}{n} dn$.]

১২। ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে অন্তরক সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর [Use Laplace transform to solve the differential equation]:

$$Y'' - 3Y' + 2Y = 4e^{2t} \text{ যখন [when] } Y(0) = -3, Y'(0) = 5$$

১৩। গামা ফাংশনের তিন প্রকারের সংজ্ঞা দাও এবং দেখাও যে, সেগুলো প্রতিক্ষেত্রে সমতুল্য। [Define Gamma function in three ways and show that they are equivalent.]

১৪। দেখাও যে [Show that], (i) $J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

$$(ii) J_0(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\cos xt}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

১৫। $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ ফাংশনটিকে লেজেভার বহুপদীর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Express $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 3$ in terms of Legendre polynomial.]

১৬। দেখাও যে [Show that], (i) $P_n(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi} |n|} \int_0^{\infty} t^n e^{-t^2} H_n(xt) dt$

$$(ii) H_{2m+1}(0) = 0$$

১৭। দেখাও যে [Show that], (i) $L'_n(x) = -\sum_{r=0}^{n-1} L_r(x)$

$$(ii) L_n^m(x) = \frac{e^x x^{-m}}{|n|} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x} x^{n+m})$$