NUH-2018

ক-বিভাগ

১। (ক) অর্ধপাল্লা ফ্যুরিয়ার কোসাইন ধারার সংজ্ঞা দাও। [Define half-range Fourier cosine series.]

(খ) ফ্যুরিয়ার রূপান্তরের সংজ্ঞা দাও। [Define Fourier transform.]

(গ) $L\{t^n\}$ এর মান কত? [Find the value of $L\{t^n\}$.]

(ঘ) যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয় তবে $L\{(F''(t)\} =$ কত? [If $L\{F(t)\} = f(s)$, then $L\{(F''(t)\} = ?$]

(ঙ) জটিল বিপরীত সূত্রটি লিখ। [Write down the complex inversion formula.]

(চ) বেসেল অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write down the Bessel's differential equation.]

(ছ) সম্পূরক ভ্রান্তি ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define complementary error function.]

(জ) লেজেন্ডার বহুপদীর জন্য রডরিগের সূত্রটি লিখ। [Write Rodrigue's formula for legendre polynomial.]

(ঝ) লেজেন্ডার বহুপদী $P_n(x)$ এর সংজ্ঞা দাও। [Define Legendre polynomial $P_n(x)$.]

(ঞ) হারমাইট বহুপদীর ইন্টিগ্র্যাল আকার লিখ। [Write down the integral form of Hermite polynomial.]

(ট) লম্বিক ফাংশন কাকে বলে? [What is called orthogonal function?]

(ঠ) লেজেন্ডারের ডুপ্লিকেশন সূত্রটি লিখ। [Write down the duplication formula of Legendre.]

খ-বিভাগ

২। $f(x) = x$ ফাংশনটিকে $0 < x < 2$ ব্যবধিতে অর্ধরেঞ্জ ফ্যুরিয়ার সাইন ধারায় বিস্তৃত কর। [Expand $f(x) = x$ in the interval $0 < x < 2$, in half range Fourier sine series.]

৩। যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ এবং $G(t) = \begin{cases} F(t-a), \text{ যখন } t > a \\ 0 \quad , \text{ যখন } t < a \end{cases}$ হয়, তবে দেখাও যে, $L\{G(t)\} = e^{-as} f(s)$। [If $L\{F(t)\} = f(s)$ and $G(t) = \begin{cases} F(t-a), \text{ when } t > a \\ 0 \quad , \text{ when } t < a \end{cases}$ then show that $L\{G(t)\} = e^{-as} f(s)$.]

৪। পারসিভালের অভেদ ব্যবহার করে $\int_0^\infty \frac{(x\cos x - \sin x)^2}{x^6} dx$ এর মান নির্ণয় কর, যেখানে $F(x) = \begin{cases} 1 - x^2, x < 1 \text{ বা } x > -1 \\ 0 \ , x > 1 \text{ বা } x < -1 \end{cases}$ [Evaluate $\int_0^\infty \frac{(x\cos x - \sin x)^2}{x^6} dx$ using Parseval's identity, where $F(x) = \begin{cases} 1 - x^2, x < 1 \text{ or } x > -1 \\ 0 \ , x > 1 \text{ or } x < -1 \end{cases}$.]

৫। $(1 - 2xt + t^2)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n p_n(x)$ জেনারেটিং ফাংশন ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $(n+1)p_{n+1}(x) = (2n+1)xp_n(x) - np_{n-1}(x), n \geq 1$। [Using the generating function $(1 - 2xt + t^2)^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} t^n p_n(x)$, prove that $(n+1)p_{n+1}(x) = (2n+1)xp_n(x) - np_{n-1}(x), n \geq 1$]

৬। দেখাও যে [Show that], $(2n+1)xp_n(x) = (n+1)p_{n+1}(x) + np_{n-1}(x)$

৭। প্রমাণ কর যে [Prove that], $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

৮। হারমাইট বহুপদী ও লেজেন্ডার বহুপদীর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। [Establish the relation between Hermite polynomial and Legendre polynomial.]

৯। ল্যাগুরির বহুপদীতে $f(x) = e^{-ax}$ কে বিস্তৃতি কর। [Expand $f(x) = e^{-ax}$ in Laguerre polynomials.]

গ-বিভাগ

১০। $f(x)=\begin{cases}1+\dfrac{2x}{\pi}, -\pi\le x<0\\ 1-\dfrac{2x}{\pi}, -0\le x<\pi\end{cases}$ ফাংশনটির ফ্যুরিয়ার ধারা নির্ণয় কর। অতঃপর দেখাও যে, $\dfrac{\pi^2}{8}=\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{5^2}+\cdots\cdots\cdots\infty$ ।[Find the Fourier series of the function $f(x)=\begin{cases}1+\dfrac{2x}{\pi}, -\pi\le x<0\\ 1-\dfrac{2x}{\pi}, -0\le x<\pi\end{cases}$ Hence show that, $\dfrac{\pi^2}{8}=\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{5^2}+\cdots\cdots\cdots\infty$.]

১১। $(-\pi,\pi)$ ব্যবধিতে $f(x)=\begin{cases}\pi+x, \text{ যখন } -\pi<x<0\\ \pi-x, \text{ যখন } 0<x<\pi\end{cases}$ ফাংশনটির ফ্যুরিয়ার ধারা নির্ণয় কর। [Find the Fourier series for the function $f(x)=\begin{cases}\pi+x, \text{ when } -\pi<x<0\\ \pi-x, \text{ when } 0<x<\pi\end{cases}$ in the interval $(-\pi,\pi)$.]

১২। ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে অন্তরক সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর। $Y''+2Y'+5Y=e^{-t}\sin t$ যখন $Y(0)=0, Y'(0)=1$ । [Use Laplace transform to solve the differential equation $Y''+2Y'+5Y=e^{-t}\sin t$ when $Y(0)=0, Y'(0)=1$.]

১৩। যদি $L\{F(t)\}=f(s)$ হয়, তবে দেখাও যে [If $L\{F(t)\}=f(s)$, then show that],

(ক) $L\left\{\int_0^t \dfrac{\sin u}{u}du\right\}=\dfrac{1}{s}\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{s}\right)$

(খ) $L\left\{\int_0^t F(u)du\right\}=\dfrac{f(s)}{s}$

১৪। (ক) দেখাও যে [Show that], $J_{\frac{1}{2}}(x)=\sqrt{\left(\dfrac{2}{\pi x}\right)}\sin x$

(খ) দেখাও যে [Show that], $e^{\frac{x}{2}(t-t^{-1})}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}t^n J_n(x)$

১৫। প্রমাণ কর, $L_n(x)=\dfrac{e^x}{\underline{|n}}\dfrac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$, এটি ব্যবহার করে $L_0(x), L_1(x), L_2(x)$ ও $L_3(x)$ নির্ণয় কর। [Prove that, $L_n(x)=\dfrac{e^x}{\underline{|n}}\dfrac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^n)$. Using it, find the value of $L_0(x), L_1(x)$, $L_2(x)$, $L_3(x)$.]

১৬। ল্যাগুরী বহুপদীর লাম্বিকা বৈশিষ্ট্যের বর্ণনা দাও এবং প্রমাণ কর। [State and prove the orthogonality property of Laguerre polynomial.]

১৭। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}H_m(x)H_n(x)dx=2^n\underline{|n}\sqrt{\pi}\delta_{m,n}$

যেখানে [where], $\delta_{m,n}=\begin{cases}0, \text{ যখন [when] } m\ne n\\ 1, \text{ যখন [when] } m=n\end{cases}$