NUH-2019

ক-বিভাগ

১। (ক) বিপরীত ল্যাপলাস রূপান্তরের সংজ্ঞা দাও। [Define inverse Laplace transform.]

(খ) উদাহরণসহ বিজোড় ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define odd function with example.]

(গ) $L\{\sin at\}$ এর মান কত? [Find the value of $L\{\sin at\}$.]

(ঘ) $J_n(x)$ এর উৎপাদনকারী ফাংশনটি লিখ। [Write the generating function of $J_n(x)$.]

(ঙ) আইগেন মান ও আইগেন ফাংশন বলতে কী বুঝ? [What do you mean by eigen value and eigen function.]

(চ) ফ্যুরিয়ার রূপান্তরের কনভলিউশন উপপাদ্যটি লিখ। [State the convolution theorem for fourier transform.]

(ছ) জটিল ডোমেনে গামা ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ। [Define Gamma function in complex domain.]

(জ) $\psi(z)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define $\psi(z)$.]

(ঝ) এরর ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define error function.]

(ঞ) হারমাইট বহুপদী $H_n(x)$ এর সংজ্ঞা লিখ। [Define Hermite polynomial $H_n(x)$.]

(ট) $L_0(x)$ ও $L_1(x)$ এর মান কত? [Find the value of $L_0(x)$ and $L_1(x)$.]

(ঠ) e^t এর ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় কর। [Write Laplace transform of e^t.]

(ড) প্রথম প্রকারের বেসেল ফাংশনের সূত্রটি লিখ। [Write down the formula of Bessel function of the first kind.]

খ-বিভাগ

২। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-1}^{1}\{p_n(x)\}^2 dx = \frac{2}{2n+1}$

৩। দেখাও যে [Show that], $(2n+1)\,p_n(x) = p'_{n+1}(x) - p'_{n-1}(x)$

৪। হারমাইট বহুপদীর লম্বিকতার ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_m(x) H_n(x)\,dx = 0$, যখন $m \neq n$। [Show that $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_m(x) H_n(x)\,dx = 0$, when $m \neq n$ for orthogonal property of Hermite polynomial.]

৫। যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয় তবে দেখাও যে [If $L\{F(t)\} = f(s)$ then show that], $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$

৬। ফ্যুরিয়ার ধারার জন্য পারসিভাল অভেদ বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Parseval's identity for Fourier series.]

৭। লেজেন্ডার বহুপদী থেকে রডরিগসের সূত্রটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Rodrigue's formula for Legendre polynomials.]

৮। দেখাও যে [Show that], (i) $erf(-x) = -erf(x)$

(ii) $erf(0) = 0$

৯। দেখাও যে [Show that], $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$

www.pimathclub.com www.pimathlcub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com

গ-বিভাগ

১০। $f(x)=x-x^2, -\pi<x<\pi$ কে ফ্যুরিয়ার ধারায় প্রকাশ কর এবং ইহা হতে দেখাও যে [Express $f(x)=x-x^2, -\pi<x<\pi$ in a Fourier series and hence prove that], $\frac{\pi^2}{12}=\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\cdots$

১১। নিম্নে বর্ণিত আদিমান সমস্যাটি ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর [Using Laplace transform solve]:

$$y''+2y'+y=4\sin t \text{ যখন [where] } y(0)=-2, y'(0)=1$$

১২। গামা ফাংশনের তিন প্রকারের সংজ্ঞা দাও এবং দেখাও যে, সেগুলো প্রতিক্ষেত্রে সমতুল্য। [Define Gamma function in three ways and show that they are equivalent.]

১৩। $J_n(x)$ এর উৎপাদনকারী ফাংশন বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the generating function for $J_n(x)$.]

১৪। দেখাও যে [Show that], $(n+1)L_{n+1}(x)=(2n+1-x)L_n(x)-nL_{n-1}(x)$

১৫। ফ্যুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর [Use the Fourier transform to solve]:

$$\frac{\delta U}{\delta t}=\frac{\delta^2 U}{\delta x^2}, U(0,t)=0, U(4,t)=0, U(x,0)=2x$$

যখন [where] $0<x<4; t>0$

১৬। $f(x)=x^4+2x^3+2x^2-x-3$ ফাংশনটিকে লেজেন্ডার বহুপদীর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Express $f(x)=x^4+2x^3+2x^2-x-3$ in terms of Legendre polynomial.]

১৭। $y''+\lambda y=f(x), y(\pi)=0, y(0)=0$ সীমামান সমস্যাটির জন্য একটি গ্রীন ফাংশন গঠন কর। [Construct a Green function for the Boundary value problem $y''+\lambda y=f(x), y(\pi)=0, y(0)=0$.]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com