

NUH-2020

ক-বিভাগ

- ১। (ক) t^n এর ল্যাপলাস রূপান্তর কত? [What is the Laplace transform of t^n ?]
- (খ) ফুরিয়ার ফাংশনের পর্যায়কাল-এর সংজ্ঞা দাও। [Define period of a Fourier function.]
- (গ) বেসেল ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Bessel's function.]
- (ঘ) বেসেল অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write down the Bessel's differential equation.]
- (ঙ) $J_0(x)$ -এর ধারাটি লিখ। [Write down the series of $J_0(x)$.]
- (চ) ব্রমভিচের যোগজ সূত্র কী? [What is Bromwich's integral formula?]
- (ছ) গামা ও বিটা ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক লিখ। [Write down the relation between Gamma function and Beta function.]
- (জ) ক্রনেকার ডেল্টা কী? [What is Kronecker delta?]
- (ঝ) ভ্রান্তি ফাংশন ও সম্পূরক ফাংশনের মধ্যে সম্পর্কটি লিখ। [Write down the relation between error function and complementary error function.]
- (ঞ) ল্যাগুৱী বহুপদীর জেনারেটিং ফাংশনের মধ্যে সম্পর্কটি লিখ। [What is called the generating function of Laguerre polynomial?]
- (ট) গ্রিন ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Green's function.]
- (ঠ) হারমাইট ও লেজেন্ডার বহুপদীর সম্পর্কের সূত্রটি লিখ। [Write the formula of relation between Hermite and Legendre polynomials.]
- (ড) ফুরিয়ার সহগগুলো কী কী? [What are Fourier coefficients?]

খ-বিভাগ

- ২। দেখাও যে [Show that], $\int_{-1}^1 P_m(x) P_n(x) dx = 0, m \neq n$
- ৩। দেখাও যে [Show that], $nP_n'(x) = xP_n''(x) - P_{n-1}'(x)$
- ৪। যদি [If] $L\{F(t)\} = f(s)$ এবং [and] $G(t) = \begin{cases} F(t-a) & \text{যখন [when] } t > a \\ 0 & \text{যখন [when] } t < a \text{ হয়} \end{cases}$
- তবে দেখাও যে [then show that], $L\{G(t)\} = e^{-as} f(s)$
- ৫। হারমাইট বহুপদীর রেফারেন্স সূত্রের মাধ্যমে প্রমাণ কর:
- $$H_n'(x) = 2n(H_{n-1}(x)), n \geq 1$$
- [Prove that $H_n'(x) = 2n(H_{n-1}(x)), n \geq 1$, by Recurrence formula for Hermite polynomials.]
- ৬। একটি বিজোড় ফাংশন $f(x)$ এর ফুরিয়ার সহগ নির্ণয় কর। [Find the Fourier coefficients in odd function $f(x)$.]
- ৭। রডরিগের সাধারণ সূত্র লিখ এবং ইহা হতে $P_1(x), P_2(x), P_3(x)$ এবং $P_4(x)$ নির্ণয় কর। [Write down the general Rodrigue's formula and hence find $P_1(x), P_2(x), P_3(x)$ and $P_4(x)$.]
- ৮। দেখাও যে [Show that], $H_n(x) = 2^n \left(e^{-1/4} \frac{d^2}{dx^2} \right) x^n$
- ৯। দেখাও যে [Show that], (i) $\operatorname{erf}(\infty) = 1$
- $$(ii) \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \dots \right)$$

গ-বিভাগ

- ১০। যদি $f(x) = |x|, -\pi < x < \pi$ হয়, তবে দেখাও যে [If $f(x) = |x|, -\pi < x < \pi$ then show that],
- $$f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left[\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + \dots \right]$$
- আরও দেখাও যে [and also show that], $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$

১১। ল্যাপলাস রূপান্তর দ্বারা সমাধান কর [Solve by Laplace transform]:

$$Y'' - 3Y' + 2Y = 4e^{2t}$$

$$Y(0) = -3, Y'(0) = 5$$

১২। দেখাও যে, বৃহৎ n -এর জন্য গামা ফাংশনের অসীমতটীয় বিস্তৃতি হবে [Show that asymptotic expansion of Gamma function for large n is]

$$\sqrt{n+1} \text{ বা [or] } n! \sim \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$$

১৩। জেনারেটিং ফাংশন $e^{x(t-t^{-1})/2}$ কে ব্যবহার করে দেখাও যে [Using the generating function $e^{x(t-t^{-1})/2}$ show that],

$$(i) 2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

$$(ii) \frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)$$

১৪। ল্যাগুঁরী বহুপদীর লাম্বিক বৈশিষ্ট্যের বর্ণনা দাও ও প্রমাণ কর। [State and prove the orthogonality property of Laguerre polynomials.]

১৫। ফ্যুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর [Using the Fourier transform to solve]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; U_x(0, t) = U_x(6, t) = 0, U(x, 0) = 2x; 0 < x < 6, t > 0$$

১৬। দেখাও যে [Show that], $P_n(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi} n!} \int_0^\infty t^n e^{-t^2} H_n(xt) dt$

১৭। গ্রিন ফাংশন নির্ণয় কর এবং ইহার সাহায্যে সীমামান সমস্যা $y'' + k^2 y = \sin x; y(0) = y(a) = 0$ সমাধান কর। [Find Green function and hence solve the boundary problem $y'' + k^2 y = \sin x; y(0) = y(a) = 0$ by Green function.]