NUH-2021

ক-বিভাগ

১। (ক) উদাহরণসহ জোড় ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define even function with example.]

(খ) cos at এর ল্যাপলাস রূপান্তর কত? [What is the Laplace transform of cos at?]

(গ) সাধারণ আকারে ফ্যুরিয়ার যোগজ সূত্রটি লেখ। [Write down the general form of Fourier integral formula.]

(ঘ) $L\{\sin at\}$ এর মান কত? [What is the value of $L\{\sin at\}$?]

(ঙ) ভ্রান্তি ফাংশনের অসীম ধারাটি লেখ। [Write down the infinite series of error function.]

(চ) $J_n(x)$ এর উৎপাদনকারী ফাংশনটি লেখ। [Write down the generating function of $J_n(x)$.]

(ছ) হারমাইট বহুপদীর ইন্টিগ্রেল আকার লেখ। [Write Hermite polynomial of integral formula.]

(জ) লেজেন্ডার বহুপদীর জন্য রডরিগের সূত্রটি লেখ। [Write Rodrigue's formula for Legendre polynomial.]

(ঝ) আইগেন মান ও আইগেন ফাংশন বলতে কী বুঝ? [What do you mean by Eigen value and Eigen function?]

(ঞ) লেজেন্ডার বহুপদী $P_n(x)$ এর সংজ্ঞা দাও। [Define Legendre polynomial of $P_n(x)$.]

(ট) $L_0(x)$ ও $L_1(x)$ এর মান কত? [What are the value of $L_0(x)$ and $L_1(x)$?]

(ঠ) $\psi(z)$ এর সংজ্ঞা দাও। [Define $\psi(z)$.]

(ড) আইগেন ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Eigen function.]

খ-বিভাগ

২। দেখাও যে [Show that], $(n+1)P_{n+1}(x)=(2n+1)xP_n(x)-nP_{n-1}(x)$

৩। দেখাও যে [Show that], $J_{-\frac{1}{2}}(x)=\sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)}\cos x$

৪। দেখাও যে [Show that], $J_0(x)=\frac{2}{\pi}\int_0^1\frac{\cos xt}{\sqrt{1-t^2}}dt$

৫। কনভলিউশন উপপাদ্য ব্যবহার করে দেখাও যে [Using convolution theorem show that], $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+a^2)^2}\right\}=\frac{t\sin at}{2a}$

৬। নিম্নে বর্ণিত ফাংশনটি ফ্যুরিয়ার ধারায় বিস্তৃত কর [Expand the following function in Fourier series]:

$$f(x)=\begin{cases}0, \text{ যখন [when] } -\pi<x<0\\ 1, \text{ যখন [when] } 0<x<\pi\end{cases}$$

৭। দেখাও যে [Show that], $H_n(x)=(-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2})$

৮। যদি $L\{F(t)\}=f(s)$ হয়, তবে দেখাও যে [If $L\{F(t)\}=f(s)$, then show that], $L\{F(at)\}=\frac{1}{a}f\left(\frac{s}{a}\right)$

৯। দেখাও যে [Show that], $L^{-1}\left\{\frac{2s-11}{s^2-s-6}\right\}=3e^{-2t}-e^{3t}$

গ-বিভাগ

১০। $-\pi<x<\pi$ ব্যবধিতে $f(x)=x+x^2$ ফাংশনটিকে ফ্যুরিয়ার ধারায় বিস্তৃত কর। এটি হতে দেখাও যে [Find the Fourier series of the function $f(x)=x+x^2$ in the interval $-\pi<x<\pi$. Hence show that],

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}$$

১১। ফ্যুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর [Use the Fourier transform to solve]:

$$\frac{\delta U}{\delta t}=\frac{\delta^2 U}{\delta x^2}, U(0,t)=0, U(4,t)=0, U(x,0)=2x$$

যখন [when] $0<x<4, t>0$

১২। ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে অন্তরক সমীকরণটির সমাধান কর [Solve by Laplace transform]:

$$Y'''-3Y'+2Y=3e^t, Y(0)=0, Y'(0)=1, Y''(0)=2$$

১৩। (ক) প্রমাণ কর যে [Prove that], $e^{\frac{x}{2}(\varepsilon-\varepsilon^{-1})}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\varepsilon^n J_n(x)$

(খ) দেখাও যে [Show that], $\frac{d}{dx}[x^n J_n(x)]=x^n J_{n-1}(x)$

১৪। $y''+\lambda y=f(x), y(\pi)=0, y(0)=0$ সীমামান সমস্যাটির জন্য একটি গ্রীন ফাংশন গঠন কর। [Construct a Green function for the boundary value problem $y''+\lambda y=f(x), y(\pi)=0, y(0)=0$.]

১৫। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}H_m(x)H_n(x)\,dx=2^n\underline{|n}\sqrt{\pi}\,\delta_{mn}$

যেখানে [where] $\delta_{mn}=\begin{cases}0 & \text{যখন [when] } m\neq n\\ 1 & \text{যখন [when] } m=n\end{cases}$

১৬। গামা ফাংশনের তিন প্রকারের সংজ্ঞা দাও এবং দেখাও যে সেগুলো প্রতিক্ষেত্রে সমতুল্য। [Define Gamma function in three ways and show that they are equivalent.]

১৭। দেখাও যে [Show that],

(i) $L_n'(x)=-\sum_{r=1}^{n-1}L_r(x)$

(ii) $L_n^m(x)=\frac{e^x x^{-m}}{\underline{|n}}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^{n+m})$