

## NUH-2022

## ক-বিভাগ

১। (ক) আংশিক অন্তরক সমীকরণের মাত্রা বলতে কী বুঝ? [What do you mean by the degree of a partial differential equation?]

(খ)  $\sqrt{\left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}\right)^2 + x^4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}} = 3$  আংশিক অন্তরক সমীকরণের ক্রম ও মাত্রা নির্ণয়

কর। [What are the order and degree of the partial differential equation  $\sqrt{\left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}\right)^2 + x^4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}} = 3$ .]

(গ) একটি অরৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণের উদাহরণ দাও। [Give an example of a non-linear partial differential equation.]

(ঘ) একটি ইন্টিগ্রাল তলের সাধারণ আকার লেখ। [Write the general form of an integral surfaces.]

(ঙ)  $z = px + qy + f(p, q)$  আকারের আংশিক অন্তরক সমীকরণের পূর্ণাঙ্গ ইন্টিগ্রাল কত? [What is the complete integral of the partial differential equation of the form  $z = px + qy + f(p, q)$  ?]

(চ)  $(D^3 - 3D^2D' + 2DD'^2)z = 0$  এর সহায়ক সমীকরণ নির্ণয় কর। [Determine the auxiliary equation of  $(D^3 - 3D^2D' + 2DD'^2)z = 0$ .]

(ছ)  $r - 2s + t = \sin(2x + 3y)$  এর সম্পূরক ফাংশন কত? [What is the complementary function of  $r - 2s + t = \sin(2x + 3y)$  ?]

(জ) ধ্রুবক সহগবিশিষ্ট অসমমাত্রিক যোগাশ্রয়ী আংশিক সমীকরণের সংজ্ঞা দাও। [Define linear non-homogeneous partial differential equation with constant coefficients.]

(ঝ) কখন  $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$  সমীকরণটি উপবৃত্তাকার হবে? [When is the equation  $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$  elliptic?]

(ঞ) সীমামান সমস্যার সংজ্ঞা দাও। [Define boundary value problem.]

(ট) যদি  $U = U(x, t)$  হয় তবে  $L\left\{\frac{\partial U}{\partial t}\right\}$  এর মান কত? [If

$U = U(x, t)$ , then what is the value of  $L\left\{\frac{\partial U}{\partial t}\right\}$  ?]

(ঠ) তরঙ্গ সমীকরণটি লেখ। [Write the wave equation.]

## খ-বিভাগ

২।  $z = f(x + ay) + \phi(x - ay)$  সমীকরণ হতে ইচ্ছামূলক ফাংশন অপসারণের মাধ্যমে আংশিক অন্তরক সমীকরণ গঠন কর। [Form partial differential equation by eliminating arbitrary function from the equation  $z = f(x + ay) + \phi(x - ay)$ .]

৩।  $p - q = \frac{z}{x + y}$  আংশিক অন্তরক সমীকরণ সমাধান কর। [Solve the partial differential equation  $p - q = \frac{z}{x + y}$ .]

৪।  $zpq = p + q$  আংশিক অন্তরক সমীকরণের একটি পূর্ণাঙ্গ ইন্টিগ্রাল নির্ণয় কর। [Find a complete integral of the pde  $zpq = p + q$ .]

৫। ল্যাগ্রাঞ্জের সহায়ক সমীকরণের সাহায্যে  $x(y^2 - z^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$  এর সমাধান নির্ণয় কর। [Find the solution of  $x(y^2 - z^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$  by Lagrange's auxiliary equation.]

৬। সমাধান কর [Solve]:  $(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = 2x - 3y$

৭। সমাধান কর [Solve]:  $x^2r - y^2t + px - qy = \ln x$

৮। সমাধান কর [Solve]:  $(D^2 - DD' - 2D)z = \cos(3x + 4y)$

৯। দেখাও যে,  $S = 8xy$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে এবং  $z = 0, x^2 + y^2 = 1$  বৃত্ত দিয়ে যায় এইরূপ বক্রতলের সমীকরণ  $z = (x^2 + y^2)^2 - 1$ . [Show that a surface passing through the circle  $z = 0, x^2 + y^2 = 1$  and satisfying the equation  $S = 8xy$  is  $z = (x^2 + y^2)^2 - 1$ ]

## গ-বিভাগ

১০। (ক) এমন একটি সমতল গোত্রের সমীকরণ নির্ণয় কর যাদের  $x, y, z$  অক্ষত্রয় হতে কর্তিতাংশের সমষ্টি এককের সমান। [Find the partial differential equation of a family of planes, the sum of whose  $x, y, z$  intercepts is equal to unity.]

(খ)  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 2$  সমীকরণের ইচ্ছামূলক প্রবকসমূহ অপসারণ করে আংশিক অন্তরক সমীকরণ গঠন কর। [Form partial differential equation by eliminating arbitrary constant from the equation  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 2$ .]

১১।  $f(x, y, z, p, q) = 0$  এক ক্রমের অরৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণের সমাধানের জন্য চারপিট পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। [Explain Charpit's method for the solution of a first order non-linear partial differential equation  $f(x, y, z, p, q) = 0$ .]

১২। (ক) সমাধান কর [Solve]:  $(D^2 - 2DD' + D'^2)z = e^{x+2y} + x^3$

(খ) সমাধান কর [Solve]:  $(4r - 4s + t) = 16 \ln(x + 2y)$

১৩।  $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$  এর একটি পূর্ণাঙ্গ ইন্টিগ্রাল এবং একটি ব্যতিক্রম ইন্টিগ্রাল নির্ণয় কর। [Find a complete integral and a singular integral of  $2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$ .]

১৪।  $y(x + y)(r - s) - xp - yq - z = 0$  সমীকরণকে ক্যানোনিক্যাল আকারে প্রকাশ কর এবং সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর। [Reduce the equation  $y(x + y)(r - s) - xp - yq - z = 0$  to canonical form and find its general solution.]

১৫।  $\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ;  $u(0, t) = u(2, t) = 0, t > 0$ ;  $u(x, 0) = x; 0 < x < 2$  সীমামান সমস্যাটি চলক পৃথকীকরণ সমাধান কর। [Solve the boundary value

problem  $\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ;  $u(0, t) = u(2, t) = 0, t > 0$ ;  $u(x, 0) = x; 0 < x < 2$  using separation of variable method.]

১৬। দেখাও যে, একটি আবর্তনের বক্রতল  $r = 12x^2 + 4y^2$  অন্তরক সমীকরণকে সিদ্ধ এবং  $z = 0$  সমতলকে স্পর্শ করলে উহার সমীকরণ  $z = (x^2 + y^2)^2$ . [Show that if a surface of revolution satisfying the differential equation  $r = 12x^2 + 4y^2$  and touching the plane  $z = 0$ , its equation is  $z = (x^2 + y^2)^2$ .]

১৭। ফ্যুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ,  $0 < x < 6, t > 0$  এর সমাধান নির্ণয় কর, যেখানে  $U_x(0, t) = U_x(6, t) = 0, U(x, 0) = 2x$ । [Use the Fourier transform to solve  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ,  $0 < x < 6, t > 0$  where,  $U_x(0, t) = U_x(6, t) = 0, U(x, 0) = 2x$ .]