

## NUH-2017

## ক-বিভাগ

- ১। (ক) আংশিক অন্তরক সমীকরণের সংজ্ঞা দাও। [Define partial differential equation.]
- (খ) ল্যাগ্রাঞ্জের যোগাশ্রয়ী আংশিক অন্তরক সমীকরণের সংজ্ঞা দাও। [Define Lagrange's linear partial differential equations.]
- (গ) একটি যোগাশ্রয়ী আংশিক অন্তরক সমীকরণের উদাহরণ দাও। [Give an example of a linear partial differential equations.]
- (ঘ) একটি ইন্টিগ্রাল পৃষ্ঠ বলতে কি বুঝ? [What do you mean by an integral surface?]
- (ঙ)  $f(p, q, z) = 0$  আকারের সমীকরণটির সম্পূর্ণ সমাধান লিখ। [Write down the complete integral of  $f(p, q, z) = 0$ .]
- (চ)  $F(r, s, t) = f(x, y)$  যেকোনো আংশিক অন্তরক সমীকরণ হলে  $r, s, t$  দ্বারা কি বুঝায়? [If  $F(r, s, t) = f(x, y)$  in any partial differential equation then, what are meant by  $r, s$  and  $t$ ?]
- (ছ) মান নির্ণয় কর [Evaluate]:  $\frac{1}{(D - D')^2} \tan(x + y)$
- (জ) অসমমাত্রিক যোগাশ্রয়ী আংশিক অন্তরক সমীকরণের সংজ্ঞা দাও। [Define non-homogeneous linear partial differential equation.]
- (ঝ) কখন  $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$  সমীকরণটি উপবৃত্তাকার হবে? [When is the equation  $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$  elliptic?]

- (ঞ) সিলিন্ডারীয় স্থানাংক আকারে দ্বিমাত্রিক ল্যাপলাসের সমীকরণটি লিখ। [Write down the two dimensional Laplace's equation in Cylindrical coordinates.]
- (ট) এক মাত্রার তাপ সমীকরণটি লিখ। [Write down the one dimensional heat equation.]

- (ঠ) যদি  $U = U(x)$  হয়, তাহলে  $L\left\{\frac{\partial U}{\partial x}\right\}$  এর মান কত? [If  $U = U(x)$  then what is the value of  $L\left\{\frac{\partial U}{\partial x}\right\}$ ?]

## খ-বিভাগ

- ২। এমন একটি সমতল গোত্রের সমীকরণ নির্ণয় কর যাদের  $x, y, z$  অক্ষত্রয় হতে কর্তিতাংশের যোগফল এককের সমান। [Find the partial differential equation of a family of planes, the sum of whose  $x, y, z$  axes intercepts is equal to unity.]
- ৩।  $z = f(x^2 - y^2)$  হতে ইচ্ছামূলক ফাংশন অপসারণের মাধ্যমে আংশিক অন্তরক সমীকরণ গঠন কর। [Form partial differential equation by eliminating arbitrary function from the equation  $z = f(x^2 - y^2)$ .]
- ৪।  $x(y^2 - z^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$  আংশিক অন্তরক সমীকরণের সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর। [Find the general solution of the partial differential equation  $x(y^2 - z^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$ .]
- ৫। ল্যাগ্রাঞ্জের সহায়ক সমীকরণ ব্যবহার করে  $xyq + y^2q = zxy - 2x^2$  আংশিক অন্তরক সমীকরণের সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর। [Find the general solution of the partial differential equation by using Lagrange's subsidiary equation  $xyq + y^2q = zxy - 2x^2$ .]
- ৬।  $2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$  এর পূর্ণাঙ্গ যোগজ নির্ণয় কর। [Find a complete integral of  $2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$ .]
- ৭। সমাধান কর [Solve]:  $(D^4 - 2D^3D' + 2DD'^3 - D'^4)z = 0$
- ৮। সমাধান কর [Solve]:  $(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 2x + 3y$
- ৯। সমাধান কর [Solve]:  $4r - 4s + t = 16 \ln(x + 2y)$

## গ-বিভাগ

- ১০। এক ক্রমের রৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণ  $P_p + Q_q = R$ , সমীকরণটির সমাধানের জন্য ল্যাগ্রাঞ্জের পদ্ধতি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর, যেখানে  $p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}$ ;  $P, Q, R$  হলো  $x, y, z$  এর ফাংশন। [State and prove Lagrange's method of solving the linear P.D.E.  $P_p + Q_q = R$ , where  $p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}$  and  $P, Q, R$  are the functions of  $x, y, z$ .]

- ১১। (ক) এমন সকল সমবৃত্তীয় কোণকের সেটের আংশিক অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় কর যাদের অক্ষ  $z$  অক্ষের সাথে সমপতিত হয়। [Find the partial differential

equation of the set of all right circular cones whose axes coincide with  $z$ -axis.]

(খ) চারপিট পদ্ধতি প্রয়োগ করে  $zpq = p + q$  অরৈখিক এক ক্রমবিশিষ্ট আংশিক অন্তরক সমীকরণের পূর্ণাঙ্গ ইন্টিগ্রাল নির্ণয় কর। [Find a complete integral of a non-linear partial differential equation of order one  $zpq = p + q$  applying Charpits method.]

১২। সমাধান কর [Solve]: (i)  $(D^2 - 2DD' - 15D'^2)z = 12xy$

(ii)  $(D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{2x+3y}$

১৩। যদি  $F(D, D')z = f(x, y)$  এবং  $F(D, D')$  যদি  $D$  ও  $D'$  এর  $n$ , ঘাতের সমমাত্রিক ফাংশন হয়, তাহলে Particular integral নির্ণয়ের একটি সাধারণ পদ্ধতি আলোচনা কর। [If  $F(D, D')z = f(x, y)$  and  $F(D, D')$  is a homogeneous function of  $D$  and  $D'$  of order  $n$ , then discuss a general method of finding particular integral.]

১৪। সমাধান কর [Solve]: (i)  $r + s - 6t = y \cos x$

(ii)  $(D^3 - 4D^2D' + 4DD'^2)z = 4 \sin(2x + y)$

১৫। নিম্নের আংশিক অন্তরক সমীকরণটিকে ক্যানোনিক্যাল আকারে রূপান্তর কর এবং এর সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর:  $y(x + y)(r - s) - xp - yq - z = 0$ । [Reduce the partial differential equation  $y(x + y)(r - s) - xp - yq - z = 0$  into canonical form and hence find its general solution.]

১৬।  $\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ;  $u(0, t) = u(4, t) = 0$ ,  $u(x, 0) = 3 \sin \pi x - 2 \sin 5\pi x$ ,  $0 < x < 4, t > 0$  সীমামান সমস্যাটি চলক পৃথকীকরণ পদ্ধতিতে সমাধান কর।

[Solve the boundary value problem  $\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ;  $u(0, t) = u(4, t) = 0$ ,  $u(x, 0) = 3 \sin \pi x - 2 \sin 5\pi x$ ,  $0 < x < 4, t > 0$  using separation of variable method.]

১৭। ফুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে সীমামান সমস্যা  $\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ;  $u(0, t) = u(2, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = x, 0 < x < 2$  এর সমাধান কর।

[Using the Fourier transformation, solve the boundary value problem  $\frac{\partial u}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ;  $u(0, t) = u(2, t) = 0, t > 0, u(x, 0) = x, 0 < x < 2$ .]