

NUH-2018

ক-বিভাগ

- ১। (ক) রৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণ কাকে বলে? [What is called linear partial differential equation?]
- (খ) একটি তৃতীয় ক্রম এবং দ্বিতীয় মাত্রার আংশিক অন্তরক সমীকরণ লিখ। [Write down a partial differential equation of 3rd order and 2nd degree.]
- (গ) আংশিক অন্তরক সমীকরণের ক্রম বলতে কি বুঝ? [What do you mean by the order of a partial differential equation?]
- (ঘ) ল্যাগ্রাঞ্জের রৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণের একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of lagrange's linear partial differential equation.]
- (ঙ) $Pp + Qq = R$ এর ইন্টিগ্রাল তলের অভিলম্বের দিক অনুপাত কত? [What is the direction ratio of integral surface of $Pp + Qq = R$.]
- (চ) $F(x, y, z, p, q) = 0$ আংশিক অন্তরক সমীকরণের সাধারণ যোগজ কি? [What is the general integral of the partial differential equation $F(x, y, z, p, q) = 0$?]
- (ছ) $\phi(D, D')z = 0$ এর সহায়ক সমীকরণ কত? [What is the auxiliary equation of $\phi(D, D')z = 0$?]
- (জ) $\frac{1}{D - mD'} f(x, y)$ এর মান নির্ণয় করার সূত্রটি লিখ। [Write the formula to find the value of $\frac{1}{D - mD'} f(x, y)$.]
- (ঝ) সীমামান সমস্যার সংজ্ঞা দাও। [Define boundary value problem.]
- (ঞ) তরঙ্গ সমীকরণটি লিখ। [Write the wave equation.]

(ট) $\frac{\partial U}{\partial x}$ এর ফুরিয়ার সাইন রূপান্তর কত? [What is the Fourier sine transform of $\frac{\partial U}{\partial x}$?]

(ঠ) একটি অসমমাত্রিক রৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণের উদাহরণ দাও। [Give an example of non-homogeneous linear partial differential equation.]

খ-বিভাগ

- ২। xy তলের উপর কেন্দ্র এবং 4 একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকশ্রেণির আংশিক অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় কর। [Find the partial differential equation of family of sphere of radius 4 with centres on the xy -plane.]
- ৩। $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ সমীকরণ হতে অবাধ ধ্রুবকসমূহ অপসারণ করে আংশিক অন্তরক সমীকরণ গঠন কর। [Form a partial differential equation by eliminating arbitrary constants from the equation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.]
- ৪। সমাধান কর [Solve]: $(y - zx)p + (x + yz)q = x^2 + y^2$.
- ৫। $p + q = x + y + z$ আংশিক অন্তরক সমীকরণটি সমাধান কর। [Solve the partial differential equation: $p + q = x + y + z$.]
- ৬। সমাধান কর [Solve]: $(D^2 - 2DD' + D^2)z = \tan(x + y)$
- ৭। সমাধান কর [Solve]: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x - y$

৮। $t = 6x^3y$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে এবং $y=0=z$ এবং $y=1=z$ সরলরেখাদ্বয়কে ধারণ করে এইরূপ পৃষ্ঠতলের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Find the equation of a surface satisfying $t = 6x^3y$ and containing the two lines $y=0=z$, $y=1=z$.]

৯। ল্যাপলাসের সমীকরণ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ কে সিলিন্ডারীয় স্থানাংক (r, θ, z)

এ রূপান্তর কর। [Reduce the Laplace's equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$

in cylindrical co-ordinates (r, θ, z) .]

গ-বিভাগ

১০। $\phi(u, v) = 0$ হতে ইচ্ছামূলক ফাংশন ϕ অপসারণ করে আংশিক অন্তরক সমীকরণ

গঠনের পদ্ধতি বর্ণনা কর। উক্ত পদ্ধতি দ্বারা $z = x^n f\left(\frac{y}{x}\right)$ সমীকরণ হতে f

অপসারণ করে অন্তরক সমীকরণ নির্ণয় কর। [Describe the method of forming partial differential equation by eliminating arbitrary function ϕ from $\phi(u, v) = 0$. Using this method solve

$z = x^n f\left(\frac{y}{x}\right)$.]

১১। এক ক্রমের অ-রৈখিক আংশিক অন্তরক সমীকরণ $f(x, y, z, p, q) = 0$ সমাধানের জন্য চারপিট পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। [Explain Charpit's method for the solution of a 1st order non-linear partial differential equation $f(x, y, z, p, q) = 0$.]

১২। (ক) চারপিট পদ্ধতি প্রয়োগ করে $px + qy = pq$ অরৈখিক এক ক্রম বিশিষ্ট আংশিক অন্তরক সমীকরণের একটি পূর্ণাঙ্গ ইন্টিগ্রাল নির্ণয় কর। [Find a complete integral of the non-linear partial differential equation of order one $px + qy = pq$ applying Charpit's method.]

খ) আংশিক অন্তরক সমীকরণ $yp - 2xyq = 2xz$, $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$ এর নির্দিষ্ট ইন্টিগ্রাল নির্ণয় কর যা প্রদত্ত রেখাগামী তল নির্দেশ করে। [Determine the particular integral of a partial differential equation to represent surface passing through the given line $yp - 2xyq = 2xz$, $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$.]

১৩। যেকোনো তিনটির সমাধান কর [Solve any three of the following]:

(i) $(D^4 - D'^4)z = 0$

(ii) $(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = x + y$

(iii) $r + s - 6t = y \cos x$

(iv) $(D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{4x+3y}$

(v) $(4D^2 - 4DD' + D'^2)z = 16 \ln(x + 2y)$

১৪। $xyr - (x^2 - y^2)s - xyt + py - qx = 2(x^2 - y^2)$ আংশিক অন্তরক সমীকরণকে ক্যানোনিক্যাল আকারে রূপান্তর কর এবং এর সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর। [Reduce the partial differential equation $xyr - (x^2 - y^2)s - xyt + py - qx = 2(x^2 - y^2)$ into canonical form and hence find its general solution.]

১৫। সমাধান কর [Solve]:

(ক) $(D^2 - D')z = \cos(3x - y)$

(খ) $(x^2 D^2 - y^2 D'^2)z = xy$

১৬। সীমামান সমস্যাটি চলক পৃথকীকরণ পদ্ধতিতে সমাধান কর [Using variable separation method solve the boundary value problem]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; u(0, t) = u(\pi, t) = 0, u(x, 0) = 2 \sin 3x - 4 \sin 5x$$

১৭। ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে সীমামান সমস্যাটি সমাধান কর [Using Laplace transform solve the boundary value problem]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; U(0, t) = U(5, t) = 0, U(x, 0) = 10 \sin 4\pi x$$