NUH-2014

ক-বিভাগ

১। ক) ডামি সূচক এর সংজ্ঞা দাও। [Define dummy index.]

খ) দুই চলকের প্রতিচল টেনসরের সংজ্ঞা দাও। [Define contravariant tensor of rank two.]

গ) দুটি টেনসরের বহিঃস্থ গুণনের সংজ্ঞা দাও। [Define outer product of two tensors.]

ঘ) ভাগফল বিধি কি? [What is quotient law?]

ঙ) দেখাও যে, [Show that] $\left\{ \begin{matrix} s \\ pq \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} s \\ qp \end{matrix} \right\}$.

চ) দেখাও যে, [Show that] $\frac{\partial g_{pq}}{\partial x^m} = [pm, q] + [qm, p]$.

ছ) একটি প্রতিচল ভেক্টরের ডাইভারজেন্স এর সংজ্ঞা দাও। [Define divergence of a contravariant vector.]

জ) সহচল অন্তরজের সংজ্ঞা দাও। [Define covariant derivative.]

ঝ) দেখাও যে, সহচল অন্তরীকরণ সাপেক্ষে δ^i_j ধ্রুবক। [Show that the tensor δ^i_j is constant w.r. to covariant differentiation.]

ঞ) বক্রতা টেনসরের সংজ্ঞা দাও। [Define the curvature tensor.]

ট) রিচি টেনসরের সংজ্ঞা দাও। [Define Ricci tensor.]

ঠ) অয়লার সমীকরণ কি? [What is Euler's equation?]

খ-বিভাগ

২। দেখাও যে, $\bar{A}$ এবং $\bar{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের পরস্পর লম্ব হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত $g_{ij}A^iB^j = 0$. [Show that the necessary and sufficient condition of the orthogonality of two vectors $\bar{A}$ and $\bar{B}$ is $g_{ij}A^iB^j = 0$.]

৩। দেখাও যে, [Show that] $\frac{\partial}{\partial x^k}(\underline{\nabla}\varphi)^2 = 2g^{ij}\varphi_{,i}\,\varphi_{,jk}$

৪। প্রমাণ কর যে, g_{ij} দুই মাত্রার প্রতিসম সহচল টেনসর। [Show that g_{ij} is the symmetric covariant tensor rank two.]

৫। দেখাও যে, (i) g^{ij} (ii) g_{ij} (iii) δ^i_j এর সহচল অন্তরক শূন্য। [Show that the covariant derivatives of (i) g^{ij} (ii) g_{ij} (iii) δ^i_j vanish identically.]

৬। টেনসর সমীকরণ $R^a{}_{ijk,l} + R^a{}_{ikl,j} + R^a{}_{ilj,k} = 0$ কে কি নামে অভিহিত করবে? এটি ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $R^a_i = g^{aj}R_{ij}$ হলে $R^a_{i,a} = \frac{1}{2}R_{,i}$ [What do you call the tensor equation using $R^a{}_{ijk,l} + R^a{}_{ikl,j} + R^a{}_{ilj,k} = 0$ this to prove that, if $R^a_i = g^{aj}R_{ij}$ then $R^a_{i,a} = \frac{1}{2}R_{,i}$]

৭। সহযোগী টেনসর A^{ijk} এবং A_{pqr} এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। [Express the relationship between the associated tensors A^{ijk} and A_{pqr}]

৮। দেখাও যে, $\frac{g_{pq}A^pB^q}{\sqrt{(A^pA_p)(B^qB_q)}}$ একটি অপরিবর্তক। [Show that, $\frac{g_{pq}A^pB^q}{\sqrt{(A^pA_p)(B^qB_q)}}$ is an invariant.]

৯। ক্রিস্টোফেলের প্রথম প্রকার প্রতীকের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, ইহা টেনসর নহে। [Define Christoffel's symbols of 1st kind. Show that it is not a tensor.]

গ-বিভাগ

১০। $ds^2 = \frac{a^2}{a^2 - r^2}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\, d\phi^2$ এর ক্ষেত্রে $[g^{ij}]$ এবং $|g^{ij}|$ নির্ণয় কর। [Find $[g^{ij}]$ and $|g^{ij}|$ corresponding to the metric $ds^2 = \frac{a^2}{a^2 - r^2}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\, d\phi^2$]

১১। ক) $\dfrac{\partial g^{ik}}{\partial x^j} = -g^{hk}\begin{Bmatrix} i \\ h\ \ j \end{Bmatrix} - g^{hi}\begin{Bmatrix} k \\ h\ \ j \end{Bmatrix}$ সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠা কর। [Obtain the relation $\dfrac{\partial g^{ik}}{\partial x^j} = -g^{hk}\begin{Bmatrix} i \\ h\ \ j \end{Bmatrix} - g^{hi}\begin{Bmatrix} k \\ h\ \ j \end{Bmatrix}$]

খ) যদি g_{ij} এবং g^{ij} পরস্পরের বিপরীত টেনসর হয়। তবে প্রমাণ কর যে, [If g_{ij} and g^{ij} are the reciprocal tensors each other, then prove that]

$$g_{ij}\frac{\partial g^{ij}}{\partial x^k} + g^{ij}\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} = 0.$$

১২। বেলনাকার স্থানাংক প্রথায় ইউক্লিডীয় জগতের মেট্রিক নির্ণয় কর। [Find the metric of a Euclidean space referred to cylindrical coordinates.]

১৩। কার্তেসীয় স্থানাংক পদ্ধতিতে ক্রিস্টোফেলের দ্বিতীয় প্রকারের প্রতীক নির্ণয় কর। [Determine the Christoffel's symbols of 2nd kind in Cartesian coordinates.]

১৪। রিম্যান-ক্রিস্টোফেল বক্রতা-টেনসর নির্ণয় কর। [Deduce the Reimann Christoffel's curvature tensor.]

১৫। ক) যদি R_{pqrs} একটি সহচল বক্রতা টেনসর হয় এবং $R_{pqrs} = g_{us}R^{\ n}_{pqr}$ হয়, তবে দেখাও যে, [R_{pqrs} is a covariant curvature tensor and if $R_{pqrs} = g_{us}R^{\ n}_{pqr}$, then show that,]

$$R_{pqrs} + R_{psqr} + R_{prsq} = 0.$$

খ) দেখাও যে, [Show that] $R_{hijk} = -R_{hikj}$

১৬। ক) দেখাও যে, $I = \int_{t_1}^{t_2} F(t, x, \dot{x})\,dt$ সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন হওয়ার প্রয়োজনীয় শর্ত হলো $\dfrac{\partial F}{\partial x} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right) = 0.$ [Show that, $I = \int_{t_1}^{t_2} F(t, x, \dot{x})\,dt$ will be extremum (maximum or minimum) if and only if $\dfrac{\partial F}{\partial x} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right) = 0.$]

খ) মান নির্ণয় কর [Evaluate]: $g^{hi}R_{hijk}$

১৭। R_{ij} এর রাশিমালা নির্ণয় কর। [Derive an expression for R_{ij}]