NUH-2017

ক-বিভাগ

১। (ক) বাস্তব সূচক কাকে বলে? [What is called real index?]

(খ) টেনসর ক্ষেত্র কি? [What is tensor field?]

(গ) সহচল ভেক্টর বলতে কী বুঝ? [What do you mean by covariant vector?]

(ঘ) মিশ্র টেনসরের সংকোচনের সংজ্ঞা দাও। [Define contraction of mixed tensor.]

(ঙ) $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ এর সাপেক্ষে g এর মান কত? [What is the value of g corresponding to $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$?]

(চ) গোলকীয় স্থানাঙ্কে মেট্রিক লিখ। [Write the metric in spherical co-ordinates.]

(ছ) প্রতিচল ভেক্টরের সহচল অন্তরজ কী? [What is covariant derivative of a contravariant vector?]

(জ) $B^p_{q,r}$ টেনসরের রূপান্তর সূত্র লিখ। [Write down the transformation formula of the tensor $B^p_{q,r}$]

(ঝ) কনজুগেট মেট্রিক টেনসর বলতে কী বুঝ? [What do you mean by conjugate matric tensor?]

(ঞ) ইনট্রিনসিক অন্তরজের সংজ্ঞা দাও। [Define intrinsic derivative.]

(ট) আয়তাকার স্থানাঙ্কে দ্বিতীয় শ্রেণির ক্রিস্টোফেল প্রতীকের মান কী? [What is the value of Christoffel symbol of second kind in rectangular coordinates?]

(ঠ) রিমানীয় জগতে জিওডেসিকের অন্তরক সমীকরণ বিবৃত কর। [Enunciate the differential equation of geodesic in Riemannian space.]

খ-বিভাগ

২। দেখাও যে, দুইটি টেনসর A^{pq}_r এবং B^s_t -এর অন্তঃস্থ গুণন একটি তিন মাত্রার টেনসর। [Show that, the inner product of two tensors A^{pq}_r and B^s_t is a tensor of rank three.]

৩। $g_{ij} = 0\,(i \neq j)$ জগতের জন্য দ্বিতীয় প্রকার ক্রিস্টোফেল প্রতীক নির্ণয় কর। [Derive the Christoffel symbol of 2^{nd} kind for the space $g_{ij} = 0\,(i \neq j)$.]

৪। দেখাও যে, $g_{ij}\,dx^i dx^j$ একটি অপরিবর্তক। [Show that, $g_{ij}\,dx^i dx^j$ is an invariant.]

৫। প্রমাণ কর যে, দুই মাত্রার সহচল টেনসরকে প্রতিসম ও অপ্রতিসম টেনসরের যোগফলরূপে প্রকাশ করা যায়। [Prove that, every covariant tensor of rank two can be expressed as the sum of symmetric and skew-symmetric tensors.]

৬। R_{hijk} -এর সূত্র লিখ। সূত্রটি ব্যবহার করে দেখাও যে, $R_{iijk} = 0$ [Write down the formula of R_{hijk} . Using this formula to show that, $R_{iijk} = 0$.]

৭। মূল্যায়ন কর [Evaluate]: $\begin{Bmatrix} i \\ b \quad k \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} b \\ i \quad j \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} i \\ b \quad j \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} b \\ i \quad k \end{Bmatrix}$

৮। দেখাও যে, রিসি টেনসর R_{ij} প্রতিসম। [Show that, the Ricci tensor R_{ij} is symmetric.]

৯। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^i}\left(\sqrt{g}\,g^{ij}\right)+\begin{Bmatrix} j \\ k \quad i \end{Bmatrix}g^{ik}=0;$ যেখানে

গ-বিভাগ

১০। আয়তাকার স্থানাঙ্কে প্রথম শ্রেণির ক্রিস্টোফেল প্রতীক নির্ণয় কর। [Evaluate the Christoffel symbol of first kind in rectangular co-ordinates.]

১১। (ক) যদি $\bar{A}^p_r=\frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q}\frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^r}A^q_s$ হয়, তবে দেখাও যে [If $\bar{A}^p_r=\frac{\partial \bar{x}^p}{\partial x^q}\frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^r}A^q_s$ then show that],

$$A^q_s=\frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^p}\frac{\partial \bar{x}^r}{\partial x^s}\bar{A}^p_r$$

১২। (ক) দেখাও যে, g^{ij} একটি দুই মাত্রার প্রতিসম প্রতিচল টেনসর। [Show that, g^{ij} is a symmetric contravariant tensor of rank two.]

(খ) $R^i{}_{ijk}=0$ ব্যবহার না করে প্রমাণ কর যে, $g^{hi}R_{hijk}=0$ । [Prove that, $g^{hi}R_{hijk}=0$ without the aid of $R^i{}_{ijk}=0$.]

১৩। দেখাও যে, দুই মাত্রার মিশ্র টেনসরের সহচল অন্তরক সহগ একটি তিন মাত্রার মিশ্র টেনসর। [Show that, the covariant derivative of second order mixed tensor is a third order mixed tensor.]

১৪। $ds^2=a^2d\theta^2+a^2\sin^2\theta d\phi^2$ মেট্রিক এর ক্ষেত্রে ক্রিস্টোফেল প্রতীকসমূহ নির্ণয় কর। [Find the Christoffel symbols corresponding to the metric $ds^2=a^2d\theta^2+a^2\sin^2\theta d\phi^2$.]

১৫। প্রমাণ কর যে, সহচল বক্রতা টেনসর R_{hijk} এর পৃথক অশূন্য উপাদান সংখ্যা $\frac{1}{12}n^2\left(n^2-1\right)$ -এর বেশী নয়। [Prove that, the number of distinct non-vanishing components of the covariant curvature tensor R_{hijk} does not exceed $\frac{1}{12}n^2\left(n^2-1\right)$.]

১৬। (ক) দেখাও যে [Show that], $g_{ij}u^iv^j=g^{ij}u_iv_j$

(খ) প্রমাণ কর যে [Prove that],

$$\operatorname{div}A^{ij}=A^{ij},j=\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^j}\left(A^{ij}\sqrt{g}\right)+A^{jk}\begin{Bmatrix} i \\ j \quad k \end{Bmatrix}$$

১৭। দেখাও যে, ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎ-চৌম্বকীয় সমীকরণকে টেনসর আকারে প্রকাশ করা যায়। [Show that, Maxwell’s electromagnetic field equations can be expressed as tensor form.]