

## NUH-2020

## ক-বিভাগ

- ১। (ক) ক্রনেকার ডেল্টার সংজ্ঞা দাও। [Define Kronecker delta.]
- (খ) বাস্তব সূচক কাকে বলে? [What is called real index?]
- (গ) রিম্যানীয় জগতের সংজ্ঞা দাও। [Define Riemannian space.]
- (ঘ) দুই মাত্রার মিশ্র টেন্সর বলতে কী বুঝ? [What do you mean by mixed tensor of rank two?]
- (ঙ) টেন্সর ক্ষেত্র কী? [What is tensor field?]
- (চ)  $A_{q,r}^p$  টেন্সরের রূপান্তর সূত্র লিখ। [Write down the transformation formula of the tensor  $A_{q,r}^p$ .]
- (ছ) দেখাও যে, সহচল অন্তরীকরণ সাপেক্ষে  $\delta_j^i$  টেন্সরটি ধ্রুবক। [Show that, then tensor  $\delta_j^i$  is constant w.r.to covariant differentiation.]
- (জ) স্কেলার ফাংশনের ল্যাপলাসিয়ান বলতে কী বুঝ? [What do you mean by the Laplacian of a scalar function?]
- (ঝ) বক্রতা টেন্সর কাকে বলে? [What is called curvature tensor?]
- (ঞ)  $R_{hijk}$  এর সূত্রটি লিখ। [Write down the formula of  $R_{hijk}$ .]
- (ট) দুইটি ভেক্টরের ক্রস গুণন টেন্সরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Express the cross product of two vectors in tensor form.]
- (ঠ) মিশ্র টেন্সরের সংকোচন বলতে কী বুঝ? [What do you mean by contraction of mixed tensor?]

## খ-বিভাগ

- ২। প্রমাণ কর যে [Prove that],  $\delta_k^k = n$
- ৩। দেখাও যে,  $A_m^l$  এবং  $B_t^{rs}$  টেন্সরদ্বয়ের অন্তঃস্থগুণন একটি তিন মাত্রার টেন্সর। [Show that, the inner product of tensors  $A_m^l$  and  $B_t^{rs}$  is a rank of three.]
- ৪।  $\bar{g}_{rs} = g_{jk} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^r} \frac{\partial x^k}{\partial \bar{x}^s}$ ,  $N=3$  টেন্সরটির পদগুলো লিখ। [Write the terms of the tensor,  $\bar{g}_{rs} = g_{jk} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^r} \frac{\partial x^k}{\partial \bar{x}^s}$ ,  $N=3$ .]
- ৫। দেখাও যে [Show that],  $\frac{\partial g_{pq}}{\partial x^m} = [pm, q] + [qm, p]$
- ৬। প্রমাণ কর যে, সমতলে জিওডেসিক একটি সরলরেখা নির্দেশ করে। [Prove that, the geodesics in the plane represents a straight line.]
- ৭।  $\begin{Bmatrix} i \\ b \ j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} b \\ i \ k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} i \\ b \ k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} b \\ i \ j \end{Bmatrix}$  এর মান নির্ণয় কর। [Evaluate:  $\begin{Bmatrix} i \\ b \ j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} b \\ i \ k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} i \\ b \ k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} b \\ i \ j \end{Bmatrix}$ .]
- ৮। দেখাও যে,  $\frac{\partial A_p}{\partial x^q}$  টেন্সর নয়, যদিও  $A_p$  একটি এক র্যাঙ্কের কোভেরিয়েন্ট টেন্সর। [Show that,  $\frac{\partial A_p}{\partial x^q}$  is not a tensor, although  $A_p$  is a covariant tensor of rank one.]
- ৯। দেখাও যে [Show that],  $\phi_{,ij} = \phi_{,ji}$

## গ-বিভাগ

১০। (ক) যদি  $g = |g_{ij}|$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $|g^{ij}|$  নির্ণায়কের মান  $\frac{1}{g}$  হবে। [If

$g = |g_{ij}|$ , then prove that, the value of the determinant  $|g^{ij}|$  is  $\frac{1}{g}$ .]

(খ) দেখাও যে [Show that],  $\frac{\partial g^{pq}}{\partial x^r} = -g^{hq} \left\{ \begin{matrix} p \\ h \ r \end{matrix} \right\} - g^{ph} \left\{ \begin{matrix} q \\ h \ r \end{matrix} \right\}$

১১। যদি কোনো কোভেরিয়েন্ট টেনসরের অংশসমূহ আয়তাকার স্থানাঙ্কে  $xy, 2y - z^2, xz$  হয়, তবে গোলকীয় স্থানাঙ্কে-এর কোভেরিয়েন্ট অংশসমূহ নির্ণয় কর। [If the components of a covariant tensor are  $xy, 2y - z^2, xz$  in rectangular coordinates, then find its covariant components in spherical coordinates.]

১২।  $ds^2 = \frac{a^2}{a^2 - r^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$  মেট্রিক এর ক্ষেত্রে  $[g^{ij}]$  এবং  $|g^{ij}|$  নির্ণয় কর। [Find  $[g^{ij}]$  and  $|g^{ij}|$  corresponding to the metric

$$ds^2 = \frac{a^2}{a^2 - r^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 .]$$

১৩। গোলকীয় স্থানাঙ্কে প্রথম শ্রেণির ক্রিস্টোফেল প্রতীক নির্ণয় কর। [Evaluate the Christoffel symbol of first kind in spherical coordinates.]

১৪। দেখাও যে, দুই মাত্রার মিশ্র টেনসরের সহচল অন্তরক সহগ একটি তিন মাত্রার মিশ্র টেনসর। [Show that, the covariant derivative of a second order mixed tensor is a third order mixed tensor.]

১৫। (ক)  $x^q$  এর সাপেক্ষে মিশ্র টেনসর  $A_j^i B_m^{kl}$  এর সহচল অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।

[Find the covariant derivative of the mixed tensor  $A_j^i B_m^{kl}$  w.r.to  $x^q$ .]

(খ) যদি  $A^{ij}$  প্রতিসম হয়, দেখাও যে [If  $A^{ij}$  is symmetric, show that],

$$A^{ij}{}_{,j} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^j} (A^{ij} \sqrt{g}) + A^{jk} \left\{ \begin{matrix} i \\ j \ k \end{matrix} \right\}$$

১৬। যদি কোনো সহচল ভেক্টরের কার্ল  $a_{ij}$  হয়, তবে  $a_{ij,k} + a_{jk,i} + a_{ki,j}$  এর মান নির্ণয় কর। [If  $a_{ij}$  is the curl of a covariant vector, then find the value of  $a_{ij,k} + a_{jk,i} + a_{ki,j}$ .]

১৭। দেখাও যে, রিম্যানীয় জগতে জিওডেসিক এর অন্তরক সমীকরণ [Show that, the differential equation of geodesic in Riemannian space is],

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} i \\ j \ k \end{matrix} \right\} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0$$