

## NUH-2022

## ক-বিভাগ

- ১। (ক) দুই মাত্রার প্রতিচল টেন্সর বলতে কী বুঝ? [What do you mean by contravariant tensor of order 2?]
- (খ) ক্রনেকার ডেল্টা বলতে কী বুঝ? [What do you mean by Kronecker delta?]
- (গ) দুইটি টেন্সরের অন্তঃস্থ গুণন বলতে কী বুঝ? [What do you mean by inner product of two tensors?]
- (ঘ) অপ্রতিসম টেন্সর কাকে বলে? [What is called skew-symmetric tensor?]
- (ঙ) রিম্যানীয় মেট্রিক বলতে কী বুঝ? [What do you mean by Riemannian metric?]
- (চ) অনুবন্ধী মেট্রিক টেন্সর বলতে কী বুঝ? [What do you mean by conjugate metric tensor?]
- (ছ) দুইটি ভেক্টরের ক্রস গুণন টেন্সরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Express the cross product of two vectors in tensor form.]
- (জ) প্রথম প্রকার ক্রিস্টোফেলের প্রতীকের সংজ্ঞা দাও। [Define Christoffel's symbol of the first kind.]
- (ঝ)  $R_{hijk}$  টেন্সরের কয়টি স্বতন্ত্র সাংখ্যিক অশূন্য উপাদান থাকে? [How many distinct arithmetical non-vanishing components does the tensor  $R_{hijk}$  possess?]
- (ঞ) রিসি টেন্সর  $R_{ij}$  এর সংজ্ঞা দাও। [Define the Ricci tensor  $R_{ij}$ .]
- (ট) ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎ চৌম্বকীয় ফিল্ড সমীকরণগুলো টেন্সর আকারে লেখ। [Write down the Maxwell's electromagnetic field equations in tensor form.]
- (ঠ) একটি প্রতিচল ভেক্টরের ডাইভারজেন্স এর সংজ্ঞা দাও। [Define divergence of a contravariant vector.]

## খ-বিভাগ

- ২। প্রমাণ কর যে,  $A^p B_p$  একটি অপরিবর্তক। [Prove that  $A^p B_p$  is an invariant.]
- ৩। যদি  $\varphi = a_{jk} A^j A^k$  হয় তবে দেখাও যে, সর্বদা  $\varphi = b_{jk} A^j A^k$  আকারে লেখা যায়, যেখানে  $b_{jk}$  প্রতিসম। [If  $\varphi = a_{jk} A^j A^k$  show that, we can always write  $\varphi = b_{jk} A^j A^k$ , where  $b_{jk}$  is symmetric.]
- ৪। প্রমাণ কর যে,  $g^{jk}$  একটি দ্বিমাত্রিক প্রতিসম প্রতিচল টেন্সর। [Prove that  $g^{jk}$  is a symmetric contravariant tensor of rank two.]
- ৫। প্রমাণ কর যে [Prove that],
- $$\left\{ \begin{matrix} i \\ i \end{matrix} \right\} = \frac{\partial}{\partial x^j} (\ln \sqrt{g})$$
- ৬। রিম্যান-ক্রিস্টোফেল টেন্সরের অপ্রতিসম ধর্ম আলোচনা কর। [Discuss the skew-symmetric properties of Riemann-Christoffel tensor.]
- ৭।  $R^i_{ijk} = 0$  ব্যবহার না করে প্রমাণ কর যে,  $g^{hi} R_{hijk} = 0$ । [Prove that,  $g^{hi} R_{hijk} = 0$  without the aid of  $R^i_{ijk} = 0$ .]
- ৮। যদি কোনো সহচল ভেক্টরের কার্ল  $a_{ij}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a_{ij,k} + a_{jk,i} + a_{ki,j} = 0$ । [If  $a_{ij}$  is the curl of a covariant vector then show that,  $a_{ij,k} + a_{jk,i} + a_{ki,j} = 0$ .]
- ৯। প্রমাণ কর যে, সমতলে জিওডেসিক একটি সরলরেখা নির্দেশ করে। [Prove that, the geodesics in the plane represents a straight line.]

## গ-বিভাগ

১০।  $x^i$  স্থানাঙ্ক পদ্ধতিতে  $A(p,q,r)$  এমন একটি রাশি যেন  $A(p,q,r)B_r^{qs} = C_p^s$  যেখানে  $B_r^{qs}$  একটি ইচ্ছামূলক টেন্সর এবং  $C_p^s$  একটি টেন্সর। প্রমাণ করতে হবে যে,  $A(p,q,r)$  একটি টেন্সর। [A quantity  $A(p,q,r)$  is such that in the coordinate system  $x^i$ ,  $A(p,q,r)B_r^{qs} = C_p^s$ , where  $B_r^{qs}$  is an arbitrary tensor and  $C_p^s$  is a tensor. Prove that  $A(p,q,r)$  is a tensor.]

১১। প্রমাণ কর যে, মৌলিক টেন্সর  $g_{jk}$  একটি দ্বিমাত্রিক প্রতিসম সহচল টেন্সর। [The fundamental tensor  $g_{jk}$  is a covariant symmetric tensor of rank two.]

১২। বেলনাকার স্থানাঙ্ক পদ্ধতিতে ক্রিস্টোফেলের দ্বিতীয় প্রকারের প্রতীক নির্ণয় কর। [Determine the Christoffel's symbols of second kind in cylindrical coordinates.]

১৩। রিম্যান-ক্রিস্টোফেল বক্রতা টেন্সর নির্ণয় কর। [Deduce the Riemann-Christoffel curvature tensor.]

১৪। দেখাও যে, রিম্যান জগতে জিওডেসিকের অন্তরক সমীকরণ

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} i \\ j \ k \end{matrix} \right\} \frac{dx^j}{ds} \cdot \frac{dx^k}{ds} = 0. \text{ [Show that the differential equation of}$$

$$\text{geodesic in Riemann space is } \frac{d^2x^i}{ds^2} + \left\{ \begin{matrix} i \\ j \ k \end{matrix} \right\} \frac{dx^j}{ds} \cdot \frac{dx^k}{ds} = 0.]$$

১৫। রিকির উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove that Ricci's theorem.]

১৬। যদি  $ds^2 = dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2$  হয় তবে  $g_{ij}$  এবং  $g^{ij}$  নির্ণয় কর। [If  $ds^2 = dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2$ , then find  $g_{ij}$  and  $g^{ij}$ .]

১৭। যদি কোনো কোভেরিয়েন্ট টেন্সরের অংশসমূহ আয়তাকার স্থানাঙ্কে  $xz, y + 2z, xy^2$  হয় তবে গোলকীয় স্থানাঙ্কে এর কোভেরিয়েন্ট অংশসমূহ নির্ণয় কর। [If the components of a covariant tensor are  $xz, y + 2z, xy^2$  in rectangular coordinates, then find its covariant components in spherical coordinates.]