

NUH-2012

- ১। (ক) ইউক্লিডীয় গ.সা.গু প্রক্রিয়া বর্ণনা কর। দেখাও যে, এই প্রক্রিয়ায় প্রাপ্ত সর্বশেষ অশূন্য ভাগশেষ প্রদত্ত সংখ্যাঘরের গ.সা.গু।

[Describe the Euclidean G.C.D algorithm. Show that the last non-zero remainder obtained in this process is the G.C.D of the two (given) natural numbers.]

- (খ) (i) দেখাও যে, যদি  $b|a, c|a$  এবং  $(b,c)=1$  হয়, তবে  $bc|a$ .

[Show that if  $b|a, c|a$  and  $(b,c) = 1$ , then  $bc|a$ ]

- (ii) 171 এবং 561 এর গ, সা, গু কে উহাদের পূর্ণসাংখ্যিক যোগাশ্রয়ী সমাবেশ রূপে প্রকাশ কর।

[Express the G. C. D. of 171 and 561 as an integral linear combination of those numbers.]

- ২। (ক) উইলসনের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

[State and prove Wilson's theorem.]

- (খ)  $m$  ও  $n$  যোগবোধক পূর্ণসংখ্যা হলে প্রমাণ কর [If  $m$  and  $n$  are positive integers, then prove that]:

(i)  $\phi(m^2) = m\phi(m)$ ;

(ii)  $\phi(mn) = \frac{d\phi(m)\phi(n)}{\phi(d)}$ , যেখানে [where]  $d = (m,n)$

- ৩। (ক) চাইনীজ ভাগশেষ উপপাদ্য বর্ণনা কর।

[State the Chinese Remainder theorem]

- (খ) নিম্নলিখিত সহ-অনুসমতা গুচ্ছ সমাধান কর।

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

[Solve the system of simultaneous congruences:

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}]$$

- ৪। (ক) উদাহরণসহ সংখ্যাতাত্ত্বিক ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে,  $f, g$  উহার গৌণিক ফাংশন হইলে  $f * g$  ও গৌণিক ফাংশন।

[Define Arithmetical function with examples. Show that if  $f, g$  are both multiplicative functions, then  $f * g$  also multiplicative.]

(খ) প্রমাণ কর যে [Prove that]  $\sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\phi(d)} = \frac{n}{\phi(n)}$

- ৫। (ক) মোবিয়াস ফাংশন ও মার্টিনস-এর ফাংশনের মধ্যে পার্থক্য কী? দেখাও যে [What is the difference between Mobius function and Merten's functions?

Show that.]  $\sum \frac{\mu(d)}{d} = \prod_{p|n} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$

(খ) প্রমাণ কর যে,  $x^4 + y^4 = z^2$  সমীকরণের স্বাভাবিক সংখ্যায় কোনো সমাধান  
নাই।

[Prove that  $x^4 + y^4 = z^2$  has no solution in natural numbers.]

৬। (ক) দ্বিঘাত ফিল্ড ও দ্বিঘাত পূর্ণসংখ্যার সংজ্ঞা দাও।  $m \neq 1$  বর্গমুক্ত  $4k+1$

আকারের পূর্ণসংখ্যা হলে  $\mathbb{Q}(\sqrt{m})$  ফিল্ডের পূর্ণসংখ্যাসমূহ নির্ণয় কর।

(খ) দ্বিঘাত ফিল্ডে একক বলতে কি বোঝায়?  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  এর সকল একক নির্ণয় কর।

[What is meant by unit in a quadratic field? Find units of  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ ]