NUH-2015

ক-বিভাগ

১। ক) অনুসম মডুলো n বলতে কি বুঝায়? [What do you mean by congruence modulo n?]

খ) অনুসম মডুলো n এর যে কোনো দুইটি ধর্ম লিখ। [Write any two properties of congruence modulo n.]

গ) যুগল মৌলিক এর সংজ্ঞা দাও। [Define twin primes.]

ঘ) মারসেন সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define Mersenne numbers]

ঙ) যোগসিদ্ধ সংখ্যা কী? [What is perfect numbers?]

চ) $\sigma_2(10)$ নির্ণয় কর। [Find the value of $\sigma_2(10)$]

ছ) উইলসনের উপপাদ্যের বিপরীত প্রতিজ্ঞা লিখ। [Write down the converse fo Wilson's theorem.]

জ) ফার্মার উপপাদ্য বর্ণনা কর। [State Fermat's theorem.]

ঝ) মোবিয়াস ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Mobius function.]

ঞ) ইউক্লিডীয় ডোমেন এর সংজ্ঞা দাও। [Define Euclidian domain.]

ট) Dirchlet product- এর সংজ্ঞা দাও। [Define Dirichlet product.]

ঠ) এককের নর্ম কত? [What is the norm of a unity?]

খ- বিভাগ

২। প্রমাণ কর যে, যদি $2^p - 1$ মৌলিক সংখ্যা হয়, তবে p নিজেও মৌলিক। বিপরীতক্রমে ইহা কি সর্বদা সত্য? [Prove that, if $2^p - 1$is a prime, then p itself a prime. Is it always true conversely?]

৩। প্রমাণ কর যে, যোগসিদ্ধ সংখ্যাগুলি $2^{n-1}(2^n - 1)$ আকারের হবে, যেখানে $(2^n - 1)$ মৌলিক সংখ্যা এবং n>1. [Prove that, the perfect numbers are of the form $2^{n-1}(2^n - 1)$, where $(2^n - 1)$ is prime and n>1 .]

৪। ফার্মার সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, ফার্মার সংখ্যাগুলি পরস্পর সহমৌলিক। [Define Fermat's number. Prove that the Fermat's number are relatively prime.]

৫। উইলসনের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Wilson's Theorem.]

৬। $x = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{-3}$ একটি দ্বিঘাত পূর্ণসংখ্যা কিনা পরীক্ষা কর। [Test whether $x = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{-3}$ is an integer or not.]

৭। সমাধান কর [Solve]: $x \equiv 7(mod 6)$

[Solve]: $x \equiv 35(mod 36)$

[Solve]: $x \equiv 5(mod 42)$

৮। প্রমাণ কর যে, দুইটি গৌণিক সংখ্যাতাত্ত্বিক ফাংশনের Dirichlet product গৌণিক ফাংশন হবে। [Prove taht Dirichlet product of any two multiplicative arithmatical function is also a multiplicative function.]

৯। দেখাও যে, অবিরত ভগ্নাংশ $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \cdots$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূল।

[Show that, the continued fraction $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \cdots$ is a root of a quadratic equation.]

গ-বিভাগ

১০। পাটিগণিতের মূল উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove fundamental theorem of arithmatics.]

১১। ক) যেকোন a ও x এর জন্য দেখাও যে, $a^x + a$ এবং $a^x - a$ সর্বদা জোড়। [Show that $a^x + a$ and $a^x - a$ are always even whatever a and x may be.]

খ) সমীকরণ এর পূর্ণসংখ্যায় সকল সমাধান নির্ণয় কর।

১২। যদি $ax + by = c$ সরল দিওফান্তীন সমীকরনের একটি সমাধান (x_0, y_0) এবং $(a, b) = d, d|c$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে, উহার সাধারণ সমাধান হবে: $x = x_0 + b_1 t,\ y = y_0 - a_1 t,$ যেখানে $a_1 = \frac{a}{d}, b_1 = \frac{b}{d}$ এবং $t \in z$ [If (x_0, y_0) is a particular solution of linear Diophantine equation $ax + by = c$ and , $(a, b) = d, d|c$ then prove that its general solution is, $x = x_0 + b_1 t,\ y = y_0 - a_1 t,$ where $a_1 = \frac{a}{d}, b_1 = \frac{b}{d}, t \in z$]

১৩। ক) প্রমাণ কর $\phi(mn) = \frac{\phi(m)\phi(n)}{\phi d}.d$ যেখানে (m,n)=d [Prove that $\phi(mn) = \frac{\phi(m)\phi(n)}{\phi d}.d$, wheres (m, n)=d.]

খ) অনুসমতা ব্যবহার করিয়া দেখাও যে, $2^{48} - 1$ সংখ্যাটি 97 দ্বারা বিভাজ্য। [Using congruences, show that the number $2^{48} - 1$ is divisible by 97.]

১৪। ক) ভন ম্যাংগোল্ড ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Von Mangoldt Function.]

প্রমাণ কর যে, [Prove that,] $\Lambda(n) = -\sum_{d|n} \mu(d) lnd$

খ) প্রমাণ কর যে, [Prove that,] $\sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\phi(d)} = \frac{n}{\phi(n)}$

১৫। চৈনিক ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার $2x \equiv 1 (\mod 3)$, $3x \equiv 2 (\mod 5)$, $5x \equiv 3 (\mod 7)$ করে অনুসমতামালার সমাধান নির্ণয় কর। [Solve the system of congruence $2x \equiv 1 (\mod 3)$, $3x \equiv 2 (\mod 5)$, $5x \equiv 3 (\mod 7)$ using by Chines Remainder's Theorem.]

১৬। কোন শর্তে দ্বিঘাত ফিল্ডকে ইউক্লিডিয়ান ফিল্ড বলা হয়? দ্বিঘাত ফিল্ডে এককের সংজ্ঞা দাও। $Q\sqrt{2}$ এর সকল একক নির্ণয় কর। [On which condition, the quadratic field will be called Euclidian field? Define unit in a quadratic field. Determine all units of $Q\sqrt{2}$.]

১৭। প্রমাণ কর যে, যেকোনো অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা p কে দুইটি পূর্ণসংখ্যার যোগফলরূপে প্রকাশ করা যায় যদি এবং কেবল যদি $p \equiv 1 (mod\ 4)$ হয়। [Prove that and off prime p can be expressed as a sum of two square iff $p \equiv 1 (mod\ 4)$.]