

- ১। ক) $\phi(378)$ নির্ণয় কর। [Find $\phi(378)$.]
- খ) সুহৃৎ যুগল সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define amicable pair.]
- গ) 24 কে কতভাবে দুইটি পরস্পর মৌলিক উৎপাদকের গুণফলরূপে প্রকাশ করা যায়? [How many ways to express 24 as a product of two relatively prime numbers?]
- ঘ) উদাহরণসহ অনুসমতার সংজ্ঞা দাও। [Define congruence with example]
- ঙ) কি শর্তে সরল অনুসমতা $ax \equiv b \pmod{n}$ এর সমাধান থাকবে অথবা থাকবে না? [Under what conditions the linear congruences $ax \equiv b \pmod{n}$ are solvable or not?]
- চ) উদাহরণসহ ফার্মার সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define Fermat numbers with example.]
- ছ) $\frac{21}{73}$ কে অবিরত ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। [Express $\frac{21}{73}$ as a continued fraction.]
- জ) গৌণিক ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define multiplicative functions.]
- ঝ) মোবিয়াসের বিপরীত সূত্রটি লেখ। [What is Mobius inversion formula?]
- ঞ) বীজগাণিতিক পূর্ণসংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define algebraic integers.]
- ট) ইউক্লিডীয় ফিল্ডের সংজ্ঞা দাও। [Define Euclidean field.]
- ঠ) ফিল্ডে এককের সংজ্ঞা দাও। [Define an unity of a field.]

- ২। মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, মৌলিক সংখ্যার সংখ্যা অসীম। [Define prime numbers. Show that numbers of primes is infinite.]
- ৩। যোগসিদ্ধ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। প্রথম চারটি যোগসিদ্ধ সংখ্যা নির্ণয় কর। [Define perfect numbers. Find the first four perfect numbers.]
- ৪। যদি সংখ্যাতাত্ত্বিক ফাংশন f এর জন্য $f(1) \neq 0$ হয় তবে দেখাও যে, f এর একটি দিরিশলে বিপরীত ফাংশন h (সংখ্যাতাত্ত্বিক ফাংশন) রয়েছে যেন $f * h = 1$ । [If f is a Arithmetical function such that $f(1) \neq 0$ then show that there exist a Dirichlet inverse function h (Arithmetical function) of f for which $f * h = 1$.]
- ৫। প্রমাণ কর যে, অনুসমতা সম্পর্কে একটি সমতাকল্প সম্পর্ক। [Prove that congruence relation is an equivalence relation.]
- ৬। ফার্মার উপপাদ্যের সাহায্যে দেখাও যে, $2^{20} - 1$ সংখ্যাটি 41 দ্বারা বিভাজ্য। [Use Fermat theorem, show that $2^{20} - 1$ is divisible by 41.]
- ৭। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\sum_{d|n} \Lambda(d) = \log n$
- ৮। দ্বিবর্গ উপপাদ্য বর্ণনা কর এবং 541 কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ কর। [State two square theorem and express 541 as to sum of two squares.]
- ৯। প্রমাণ কর যে, এককের নর্ম ± 1 এবং প্রত্যেক সংখ্যার যার নর্ম ± 1 তা একক হবে। [prove that the norm of a unity is ± 1 and every number whose norm is ± 1 is a unity.]

গ -বিভাগ

১০। অনন্য উৎপাদকীকরণ উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove unique factorization theorem.]

১১। ক) সরল দিওফান্টীন সমীকরণ $17x + 13y = 300$ এর ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যায় তিনটি সমাধান বাহির কর। [Find three positive integral solutions of the linear Diophantine equation $17x + 13y = 300$.]

খ) প্রমাণ কর যে, $n > 2$ পূর্ণসংখ্যার জন্য $\phi(n)$ সর্বদাই জোড় সংখ্যা। [If $n > 2$ be an integer, then $\phi(n)$ is even-Prove it.]

১২। ক) দিরিশলে গুণজের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, দিরিশলে গুণজ বিনিময় আইন মেনে চলে। [Define Dirichlet product. Prove that Dirichlet product is commutative.]

খ) মোবিয়াস ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, মোবিয়াস ফাংশন

১৩। ক) ভন ম্যাংগোল্ট ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে [Define Von-Mangoldt function. Prove that],

$$\Lambda(n) = - \sum_{d|n} \mu(d) \log d$$

খ) প্রমাণ কর যে [prove that], $\sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\phi(d)} = \frac{n}{\phi(n)}$

১৪। উইলসনের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর ইহার সাহায্যে দেখাও যে, $28! + 233$ সংখ্যাটি ৪৯৯ দ্বারা বিভাজ্য। [State and prove Wilson's theorem and use it to show that $28! + 233$ is divisible by 499.]

১৫। অনুসমতা সম্পর্কিত অয়লারের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর এবং ইহার সাহায্যে অথবা অন্যভাবে $12x \equiv 17 \pmod{21}$ অনুসমতাটি সমাধান কর। [Sate and

prove Euler's theorem about congruence and use it or otherwise solve the congruence $12x \equiv 17 \pmod{21}$.]

১৬। যদি (x, y, z) একটি আদিম পীথাগোরীয় ট্রিপল হয়, তবে দেখাও যে, $xyz \equiv 0 \pmod{60}$. [If (x, y, z) is a primitive Pythagorean triple then show that, $xyz \equiv 0 \pmod{60}$.]

১৭। ক) দেখাও যে, $Q(\sqrt{23})$ ফিল্ডটি ইউক্লিডীয় নয়। [Show that the field $Q(\sqrt{23})$ is not Euclidean.]

খ) দ্বিঘাত ফিল্ড ও দ্বিঘাত পূর্ণসংখ্যার সংজ্ঞা দাও। $x = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{-3}$ একটি দ্বিঘাত পূর্ণসংখ্যা কিনা পরীক্ষা কর। [Define quadratic field and quadratic integer. Test whether $x = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{-3}$ is an integer or not.]