

NUH-2019

ক- বিভাগ

- ১। ক) বিভাজ্যতার সংজ্ঞা দাও। [Define divisibility]
- খ) মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define prime number.]
- গ) যোগসিদ্ধ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define perfect number.]
- ঘ) প্রথম তিনটি ফার্মার সংখ্যা লিখ। [Write first three Fermat numbers.]
- ঙ) সহমৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define co-prime number.]
- চ) যুগল মৌলিক সংখ্যার সংজ্ঞা দাও। [Define twin primes.]
- ছ) মোবিয়াস ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Mobius function.]
- জ) অনুসমতার সংজ্ঞা দাও। [Define congruence.]
- ঝ) দিরিশ্লে গুণজ এর সংজ্ঞা দাও। [Define Dirichlet product.]
- ঞ) $\tau(360) =$ কত? [$\tau(360) = ?$]
- ট) $\Lambda(30) =$ কত? [$\Lambda(30) = ?$]
- ঠ) পিথাগোরীয় ট্রিপল এর সংজ্ঞা দাও। [Define Pythagorean triple.]

খ- বিভাগ

- ২। প্রমাণ কর যে, মৌলিক সংখ্যার সংখ্যা অসীম। [Prove that the number of primes is infinite.]
- ৩। ইউক্লিডের ভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে 561 এবং 171 সংখ্যা দুইটির গ.সা.গু নির্ণয় কর। এবং প্রাপ্ত গ.সা.গু কে প্রদত্ত সংখ্যা দুয়ের পূর্ণসাংখ্যিক যোগাশ্রয়ী সমাবেশরূপে প্রকাশ কর। [Using Euclid's algorithm find the G.C.D of 561 and 171 and express the G.C.D as an integral linear combination of these numbers.]

- ৪। দেখাও যে, [Show that], $2^n - 3n - 1 = M(9)$
- ৫। প্রমাণ কর যে, অনুসমতা সম্পর্ক একটি সমতুল্য সম্পর্ক। [Prove that the congruence relation is an equivalence relation.]
- ৬। $\sqrt{3}$ কে অবিরত ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। [Express $\sqrt{3}$ as a continued fraction.]
- ৭। $56x + 72y = 40$ এর পূর্ণসংখ্যায় সাধারণ সমাধান নির্ণয় কর। [Determine general solution in integers of the equation $56x + 72y = 40$.]
- ৮। উইলসনের উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Wilson's theorem.]
- ৯। মান নির্ণয় কর [Evaluate]: $\sigma(2020)$ এবং [and] $\nu_{19}(2020!)$

গ- বিভাগ

- ১০। অনন্য উৎপাদকীকরণ উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove that unique factorization theorem.]
- ১১। যদি a, b, c পূর্ণসংখ্যা এবং $(a, b) = d$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, লিনিয়ার দিফাণ্টীয় সমীকরণ $ax + by = c$ এর একটি সমাধান থাকবে যদি এবং কেবল যদি $d|c$ হয়। অধিকন্তু, যদি (x_0, y_0) সমীকরণটির একটি নির্দিষ্ট সমাধান হয় তবে দেখাও যে, ইহার অন্য সকল সমাধান $x = x_0 + \frac{b}{d}t, y = y_0 - \frac{a}{d}t$ যেখানে $t \in \mathbb{Z}$ । [If a, b, c are integers and $(a, b) = d$ then prove that the linear Diophantine equation $ax + by = c$ has a solution if and only if $d|c$. Further, if $(x_0,$

y_0 is a particular solution of $ax+by=c$, then prove that any other solution of the equation is $x = x_0 + \frac{b}{d}t$, $y = y_0 - \frac{a}{d}t$ where $t \in \mathbb{Z}$.]

১২। ক) প্রমাণ কর যে [Prove that], $\sum_{d|n} \varphi(d) = n$

খ) প্রমাণ কর যে [Prove that], $\sum_{d|n} \{\tau(d)\}^3 = \{\sum_{d|n} \tau(d)\}^2$

১৩। ক) প্রমাণ কর যে, দুটি গৌণিক ফাংশনের দিরিশলে গুণজও গৌণিক ফাংশন।

[Prove that the Dirichlet product of two multiplicative functions is also multiplicative function.]

খ) প্রমাণ কর যে, $\mu(n) = \begin{cases} 1 \\ (-1)^r \\ 0 \end{cases}$;

১৪। ক) সমাধান কর [Solve]: $18x \equiv 30 \pmod{42}$

খ) চৈনিক ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে সমাধান কর [Using Chinese remainder theorem solve the congruence]:

$$353x \equiv 254 \pmod{400}$$

১৫। ক) যদি p , $4m + 2$ আকারের মৌলিক সংখ্যা হয় তাহলে দেখাও যে, $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$ অনুসমতার একটি সমাধান

খ) প্রমাণ কর যে [Prove that], $\wedge(n) = \sum_{d|n} \mu\left(\frac{n}{d}\right) \log d$

১৬। দেখাও যে, $x^4 + y^4 = z^4$ সমীকরণের স্বাভাবিক সংখ্যায় কোনো সমাধান নেই।

[Prove that the equation $x^4 + y^4 = z^4$ has no solution in natural numbers.]

১৭। ক) $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ এর সকল একক নির্ণয় কর। [Find out the units of $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$]

খ) দেখাও যে, $\mathbb{Q}(\sqrt{23})$ ফিল্ডটি ইউক্লিডীয় নয়। [Show that the field $\mathbb{Q}(\sqrt{23})$ is not Euclidean.]