

- ১। ক) পাটিগণিতের মৌলিক উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [State fundamental theorem of arithmetic.]
- খ) বিভাজন এলগরিদম বলতে কী বুঝ? [What do you mean by division algorithm?]
- গ) সুহৃত যুগল বলতে কী বুঝ? [What do you mean by amicable pair?]
- ঘ) ফার্মার সংখ্যা কাকে বলে? [What is Fermat's number?]
- ঙ) অয়লার ϕ ফাংশন কী? [What is Euler ϕ function?]
- চ) ফার্মার উপপাদ্য বর্ণনা কর। [State Fermat's theorem.]
- ছ) সরল দিওফান্তিন সমীকরণের সংজ্ঞা দাও। [Define simple Diophantine equation.]
- জ) গুণাত্মক ফাংশন কী? [What is multiplicative function.]
- ঝ) মার্টিনের অনুসিদ্ধান্ত কী? [What is Martin's Lemma?]
- ঞ) লিউভিল সংখ্যা কাকে বলে? [What is Liouville number?]
- ট) সরল অবিরত ভগ্নাংশ কী? [What is simple continued fraction?]
- ঠ) ইউক্লিডীয় ডোমেন এর সংজ্ঞা দাও। [Define Euclidian domain.]

খ- বিভাগ

- ২। প্রমাণ কর যে, প্রত্যেক যোগসিদ্ধ N সংখ্যা এর যোগসিদ্ধ সংখ্যাগুলো $N = 2^{p-1}(2^p - 1)$ আকারের হবে, যেখানে p এবং $2^p - 1$ মৌলিক সংখ্যা এবং $p > 1$ । [Prove that every even perfect number N has the form $N = 2^{p-1}(2^p - 1)$ where p and $2^p - 1$ are prime numbers.]

- ৩। $n^2 + 1$ আকারের 5 টি মৌলিক সংখ্যা লিখ। [Write down 5 prime numbers of the form $n^2 + 1$.]
- ৪। যেকোন a ও x এর জন্য দেখাও যে, $a^x + a$ এবং $a^x - a$ সর্বদা জোড়। [Show that $a^x + a$ and $a^x - a$ are always even whatever a and x may be.]
- ৫। সমাধান কর [Solve]: $14x \equiv 27 \pmod{31}$
- ৬। সমাধান কর [Solve]: $x \equiv 7 \pmod{6}$
[Solve]: $x \equiv 35 \pmod{36}$
[Solve]: $x \equiv 5 \pmod{42}$
- ৭। প্রমাণ কর যে, [prove that], $\sum_{d|n} \Lambda(d) = \log n$
- ৮। দেখাও যে, $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \dots$ একটি দ্বিঘাত মূল। [Show that, $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \dots$ is a quadratic root.]
- ৯। ফার্মার উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Fermat's theorem.]

গ- বিভাগ

- ১০। \mathbb{Z} এ ইউক্লিডীয় ভাগ প্রক্রিয়াটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Euclidean division algorithm in \mathbb{Z} .]
- ১১। ক) প্রমাণ কর যে, অয়লারের ফাংশন ϕ -গুণাত্মক। [Prove that, Euler's ϕ -function is multiplicative.]
- খ) প্রমাণ কর যে, $n > 2$ পূর্ণসংখ্যার জন্য $\phi(n)$ যুগ্মসংখ্যা। [Prove that, for $n > 2$ be an integer, $\phi(n)$ is even.]

১২। ক) যদি m ও n উভয়ই পূর্ণসংখ্যা, যারা 1 থেকে বড় এবং n এর মৌলিক উৎপাদক m এরও মৌলিক উৎপাদক হয় তবে হবে $\varphi(mn) = n\varphi(m)$ । [Let m and n be integer, both greater than 1 and every prime divisor of n is also a prime divisor of m , then $\varphi(mn) = n\varphi(m)$.]

খ) দেখাও যে, প্রত্যেক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা m এর জন্য $\varphi(m)^2 = m\varphi(m)$ । [Show that, $\varphi(m)^2 = m\varphi(m)$ for each positive integer m .]

১৩। ক) $(m, n) = 1$ হলে দেখাও যে, [If $(m, n) = 1$ then show that],
$$m^{\varphi(n)} + n^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{mn}$$

খ) প্রমাণ কর যে, $(2^{48} - 1)$ সংখ্যাটি 97 দ্বারা বিভাজ্য। [Prove that, $(2^{48} - 1)$ is divisible by 97.]

১৪। প্রমাণ কর যে, যদি f একটি গুণাত্মক ফাংশন হয়, তবে ইহার দিরিশলে বিপরীত ফাংশন গুণাত্মক হবে। [Prove that, if f is a multiplicative function then its Dirichlet's inverse function is also a multiplicative function.]

১৫। ক) প্রমাণ কর যে [prove that],
$$\sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)} = \frac{n}{\varphi(n)}$$

খ) $C_{12}(24)$ ও $C_{24}(12)$ এর মান নির্ণয় কর। [Find the values of $C_{12}(24)$ and $C_{24}(12)$.]

১৬। $Q(\sqrt{-3})$ এর এককসমূহ নির্ণয় কর। [Find out the units of $Q(\sqrt{-3})$.]

১৭। দেখাও যেন পাঁচটি ইউক্লিডীয় দ্বিমাত ফিল্ড $Q(\sqrt{m})$ রয়েছে যেখানে $m = -1, -2, -3, -7, -11$ । [Show that, there are five complex Euclidean quadratic fields $Q(\sqrt{m})$ for which $m = -1, -2, -3, -7, -11$.]