

NUH-2021

ক- বিভাগ

- ১। ক) বিভাজ্যতার সংজ্ঞা দাও। [Define divisibility]
- খ) বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা ফাংশন কী? [What is greatest integer function]
- গ) বন্ধু সংখ্যা কাকে বলে? [What is Amicable Pair?]
- ঘ) মোবিয়াসের বিপরীত সূত্রটি লেখ। [What is Mobius inversion formula?]
- ঙ) অনুসম মডুলো m এর দুটি ধর্ম লেখ। [Write two properties of congruence modulo m .]
- চ) ইউক্লিডীয় ফিল্ডের সংজ্ঞা দাও। [Define Euclidean field.]
- ছ) $\gamma_p(a)$ সংজ্ঞায়িত কর। [Define $\gamma_p(a)$.]
- জ) ভন ম্যানগোল্ড ফাংশন কাকে বলে? [What is Von Mangoldt function?]
- ঝ) সরল অবিরত ভগ্নাংশ কী? [What is continued fraction?]
- ঞ) সংখ্যাভিত্তিক ফাংশন বলতে কী বোঝায়? [Define arithmetical function.]
- ট) $\mu(240)$ এর মান নির্ণয় কর। [Find the value of $\mu(240)$.]
- ঠ) গাউসের পূর্ণসংখ্যা বলতে কী বুঝ? [What is Gauss's integer?]

খ-বিভাগ

- ২। ইউক্লিডের মৌলিক সংখ্যার উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Euclid's theorem of prime numbers.]
- ৩। দেখাও যে, $\left[\frac{x}{n}\right] = \left[\frac{x}{n}\right]$, যেখানে $x \in \mathbb{R}$ এবং $n \in \mathbb{N}$ । [Show that, $\left[\frac{x}{n}\right] = \left[\frac{x}{n}\right]$ where $x \in \mathbb{R}$ and $n \in \mathbb{N}$.]

৪। প্রমাণ কর যে [Prove that], $2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2 = M(54)$

৫। p যদি $4n+1$ আকারের মৌলিক হয় তবে দেখাও যে, $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$ এর একটি মূল $(2n)!$ । [If p is a prime of the form $4n+1$ then show that $(2n)!$ is a root of the congruence $x^2 \equiv -1 \pmod{p}$.]

৬। যদি f ফাংশনটি গৌণিক হয় তবে দেখাও যে, $g = \sum_{d|n} f(d)$ ফাংশনটিও গৌণিক। [If f is multiplicative function then show that, $g = \sum_{d|n} f(d)$ is also multiplicative function.]

৭। প্রমাণ কর যে [Prove that], $\sum_{d|n} \{\tau(d)\}^3 = \{\sum_{d|n} \tau(d)\}^2$

৮। দেখাও যে, $\alpha \in \mathbb{Q}(\sqrt{m})$ একটি একক হবে যদি এবং কেবল যদি $N\alpha = \pm 1$ । [Show that, $\alpha \in \mathbb{Q}(\sqrt{m})$ is unity if and only if $N\alpha = \pm 1$]

৯। দেখাও যে, অনুসমতা সম্পর্ক একটি সমতুল্য সম্পর্ক। [Show that the congruence relation is and equivalence relation.]

গ-বিভাগ

- ১০। অনন্য উৎপাদনকীরণ উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove unique factorization theorem.]
- ১১। ক) ভনম্যান গোল্ড ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে [Define Von-Mangoldt function. Prove that],

$$\wedge(n) = -\sum_{d|n} \mu(d) \log d$$

খ) অয়লার ফাংশন ও মোবিয়াস ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। [Establish the relation between Euler's and Mobius function.]

১৭। $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ এর সকল একক নির্ণয় কর। [Find out the units of $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$]

১২। অনুসমতা সম্পর্কিত অয়লারের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। ইহার সাহায্যে অথবা অন্যভাবে $12x \equiv 17 \pmod{21}$ অনুসমতাটি সমাধান কর। [State and prove Euler's theorem related with congruence. Use it or otherwise solve the congruence $12x \equiv 17 \pmod{21}$.]

১৩। সরল দ্বিওফাঙ্কিন সমীকরণের সমাধান সম্পর্কিত উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the theorem related with solution of Linear Diophantine Equation.]

১৪। f ও g দুটি সংখ্যাাত্মিক ফাংশন হলে দেখাও যে $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ হবে যদি এবং কেবল যদি $f(n) = \sum_{d|n} g(d) \mu\left(\frac{n}{d}\right)$ হয় যেখানে $n \in \mathbb{N}$ । [Show that, $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ if and only if $f(n) = \sum_{d|n} g(d) \mu\left(\frac{n}{d}\right)$ where $n \in \mathbb{N}$ and f and g are arithmetic function.]

১৫। চৈনিক ভাগশেষ উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। উহা ব্যবহার করে $x \equiv 1 \pmod{3}$; $x \equiv 2 \pmod{5}$; $x \equiv 3 \pmod{7}$ অসুসমতা জোটের সমাধান নির্ণয় কর। [State and prove Chinese Remainder Theorem use it to solve the system of congruences $x \equiv 1 \pmod{3}$; $x \equiv 2 \pmod{5}$; $x \equiv 3 \pmod{7}$.]

১৬। দেখাও যে, $x^4 + y^4 = z^4$ সমীকরণের স্বাভাবিক সংখ্যায় কোনো সমাধান নেই। [Prove that the equation $x^4 + y^4 = z^4$ has no solution in natural numbers.]