

- ১। (ক) গাউসের উপপাদ্যটি লেখ। [Write down the Gauss's theorem.]
- (খ) যোগসিদ্ধ সংখ্যা এর সংজ্ঞা দাও। [Define Perfect Numbers.]
- (গ) ফার্মার সংখ্যা কাকে বলে? [What is Fermat's numbers?]
- (ঘ) গৌণিক ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define multiplicative functions.]
- (ঙ) মার্টিনের অনুসিদ্ধান্ত লেখ। [Write down the Merten's Lemma.]
- (চ) 'অনুসমতা মডুলো n' বলতে কী বুঝ? [What do you mean by 'Congruence modulo n' ?]
- (ছ) উইলসনের উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [Describe the Wilson's theorem.]
- (জ) অনন্ত অবিরত ভগ্নাংশ কাকে বলে? [Define infinite continued fraction.]
- (ঝ) পীথাগোরীয় উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [State 'Phithagorean theorem'.]
- (ঞ) ফিল্ডে এককের সংজ্ঞা দাও। [Define an unity of a field.]
- (ট)  $\sigma_2(10)$  নির্ণয় কর। [Find the value of  $\sigma_2(10)$  .]
- (ঠ) মোবিয়াস ফাংশন কী? [What is the Mobious function?]

- ২। ইউক্লিডের প্রক্রিয়া ব্যবহার করে 1769 ও 2378 সংখ্যাছয়ের গ.সা.গু নির্ণয় কর। অতঃপর এই গ.সা.গু কে প্রদত্ত সংখ্যাছয়ের পূর্ণসাংখ্যিক যোগাশ্রয়ী সমাবেশরূপে প্রকাশ কর। [Find the G.C.D. of 1769 and 2378 by Euclid's algorithm and express the G.C.D. as an integral linear combination of these numbers.]
- ৩। দেখাও যে, অয়লার  $\phi$  ফাংশন গৌণিক। [Show that Euler's  $\phi$  function is multiplicative.]
- ৪। দেখাও যে, n এর যে কোনো অখণ্ড ধনাত্মক মানের জন্য  $2^{2^n} - 3n - 1$  সংখ্যাটি 9 দ্বারা বিভাজ্য। [Show that for any positive integer value of n,  $2^{2^n} - 3n - 1$  is divisible by 9.]
- ৫। f ও g গৌণিক ফাংশন হলে দেখাও যে,  $f * g$  গৌণিক ফাংশন। [If f and g are multiplicative function then  $f * g$  is also multiplicative.]
- ৬। যদি  $(m, n) = 1$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে [If  $(m, n) = 1$  then prove that],  

$$m^{\phi(n)} + n^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{mn}$$
- ৭। চৈনিক অবশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে সমাধান কর [Solve the following system of linear congruences]:  

$$2x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$3x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$5x \equiv 3 \pmod{7}$$
- ৮। দেখাও যে, অবিরত ফাংশন  $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \dots$  একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূল। [Show that continued fraction  $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1} + \dots$  is a root of a quadratic equation.]

৯। 541 কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ কর। [Express 541 as the sum of two squares.]

### গ-বিভাগ

১০। পাটিগণিতের মৌলিক উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the Fundamental theorem of arithmetic.]

১১। প্রমাণ কর যে [Prove that],  $\phi(mn) = \frac{\phi(m)\phi(n)}{\phi(d)}d$

যেখানে [where]  $d = (m, n)$

১২। প্রমাণ কর যে [Prove that],  $\sum_{\substack{d|n}} \frac{\mu^2(d)}{\phi(d)} = \frac{n}{\phi(n)}$

১৩। (ক) উইলসনের উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the Wilson's theorem.]

(খ) উইলসনের উপপাদ্যের বিপরীত প্রতিজ্ঞা বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the converse of Wilson's theorem.]

১৪। (ক) অনুসমতা ব্যবহার করে দেখাও যে,  $2^{48} - 1$  সংখ্যাটি 97 দ্বারা বিভাজ্য। [Use congruences to show that the number  $2^{48} - 1$  is divisible by 97.]

(খ) রামানুজনের সূত্র ব্যবহার করে  $C_{12}(24)$  এর মান নির্ণয় কর। [Using Ramanujan's formula to find the value of  $C_{12}(24)$ .]

১৫।  $\sqrt{71}$  কে অবিরত ভগ্নাংশে পরিণত কর। [Express  $\sqrt{71}$  as a continued fraction.]

১৬। দেখাও যে, কেবলমাত্র পাঁচটি জটিল ইউক্লিডীয় দ্বিঘাত ফিল্ড  $Q(\sqrt{m})$  রয়েছে যাদের জন্য [Show that there are only five complex Euclidean fields  $Q(\sqrt{m})$  for which]

$$m = -1, -2, -3, -7, -11$$

১৭। যদি  $(x, y, z)$  একটি আদিম পীথাগোরীয় ট্রিপল গঠন করে তবে দেখাও যে [If  $(x, y, z)$  forms a Phithagorean triple, then show that],  
 $xyz \equiv 0 \pmod{60}$