

NUH-2022

ক-বিভাগ

- ১। (ক) মেট্রিক জগতে খোলা সেটের সংজ্ঞা দাও। [Give the definition of an open set in a metric space.]
 (খ) আপেক্ষিক টপোলজি বলতে কী বুঝ? [What do you mean by a relative topology?]
 (গ) টপোলজি জগতের কোনো একটি উপসেটের পুঞ্জবিন্দুর সংজ্ঞা দাও। [Give the definition of limit point of a subset of a topological space.]
 (ঘ) টপোলজি জগতে উন্মুক্ত আচ্ছাদন কী? [What is an open cover in a topological space?]
 (ঙ) নগণ্য মেট্রিক কী? [What is trivial metric?]
 (চ) টপোলজি জগতে নর্মাল জগত বলতে কী বুঝ? [What do you mean by a normal space in a topological space?]

খ-বিভাগ

- ২। প্রমাণ কর যে, \mathbb{R}^n একটি সম্পূর্ণ মেট্রিক জগত। [Prove that \mathbb{R}^n is a complete metric space.]
 ৩। $X = \{a, b, c, d\}$, $A = \{a, b, c\}$ এবং $T = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ যদি X এর একটি টপোলজি হয়, তবে A এর আপেক্ষিক টপোলজি নির্ণয় কর। [If $X = \{a, b, c, d\}$, $A = \{a, b, c\}$ and $T = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ be a topology on X then find the relative topology on A .]
 ৪। প্রমাণ কর যে, কোনো সংবদ্ধ সেটের অবিচ্ছিন্ন প্রতিচ্ছবিও সংবদ্ধ। [Prove that the continuous image of a compact set is compact.]
 ৫। যদি $X = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $A = \{\{1, 2\}, \{2, 4\}, \{3\}\}$ হয় তবে A দ্বারা সৃজিত X এর একটি টপোলজি নির্ণয় কর। [If $X = \{1, 2, 3, 4\}$ and $A = \{\{1, 2\}, \{2, 4\}, \{3\}\}$, then find the topology on X generated by A .]

গ-বিভাগ

- ১০। বেয়ার ক্যাটেগরি উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Baire category theorem.]
 ১১। একটি টপোলজি জগত (X, T) এ প্রমাণ কর যে [In a topological space (X, T) prove that],
 (i) X এর বদ্ধ সেটসমূহের যেকোনো ইচ্ছামূলক ছেদসমূহও বদ্ধ। [any arbitrary intersection of closed sets of X is closed.]
 (ii) X এর বদ্ধ সেটসমূহের যেকোনো সসীম সংযোগসমূহও বদ্ধ। [any finite union of closed sets of X is closed.]
 ১২। দেখাও যে, $d(x, y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ চিত্রণটি \mathbb{R}^2 এর উপর একটি মেট্রিক যেখানে $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$ । [Show that the mapping $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $d(x, y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$ is a metric on \mathbb{R}^2 where $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$.]
 ১৩। প্রমাণ কর যে, একটি টপোলজি জগত X নর্মাল হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি প্রত্যেক খোলা সেট H এবং বদ্ধ সেট F যেন $F \subset H$ এর জন্য একটি খোলা সেট G আছে যেন $F \subset G \subset \bar{G} \subset H$ । [Prove that a topological space X is normal if and only if for every open set H and closed set F with $F \subset H$, there exists an open set G such that $F \subset G \subset \bar{G} \subset H$.]