

NUH-2015

ক-বিভাগ

- ১। (ক) মেট্রিক জগতে খোলা গোলক কি? [What is open sphere in the case of a metric space?]
 (খ) সহসসীম টপোলজি সংজ্ঞায়িত কর। [Define co-finite topology]
 (গ) টপোলজিতে সর্বত্র অঘন সেট বলতে কি বুঝ? [What do you mean by no where dense set in a topological space?]
 (ঘ) T_2 জগত ও T_1 জগতের মধ্যে সম্পর্ক কি? [What is the relation between T_2 space and T_1 space?]
 (ঙ) টপোলজি জগতে একটি ফাংশনকে কখন আনুক্রমিক অবিচ্ছিন্ন বলা হবে? [When a function is said to be a sequential continuous in a topological space?]

খ-বিভাগ

- ২। প্রমাণ কর যে, প্রত্যেক খোলা গোলক মেট্রিক জগতে একটি খোলা সেট। [Prove that, every open sphere in a metric space is an open set]
 ৩। ϕ সহ $E_n = \{n, n+1, n+2, \dots\}$ যেখানে $n \in \mathbb{N}$ আকারের \mathbb{N} এর সকল উপসেটের শ্রেণি T । দেখাও যে, \mathbb{N} এর একটি টপোলজি T । [Let T be the class of subsets of \mathbb{N} consisting of ϕ and all subsets of \mathbb{N} of the form $E_n = \{n, n+1, n+2, \dots\}$ with $n \in \mathbb{N}$. Show that T is a topology on \mathbb{N}]
 ৪। $X = \{a, b, c\}$ সেটের জন্য ঠিক চারটি উপাদানযুক্ত সকল টপোলজি লিখ। [Write down all topologies on the set $X = \{a, b, c\}$ which consists of exactly four members]
 ৫। দেখাও যে, প্রত্যেক দ্বিতীয় গণনযোগ্য জগত পৃথকীকরণযোগ্য। [Show that, every second countable space is separable]
 ৬। মনে কর, X এর অশূন্যক, স্বতন্ত্র, প্রকৃত উপসেট A ও B । কি শর্তে X এর জন্য $T = \{\emptyset, X, A, B\}$ একটি টপোলজি হতে পারবে? [Suppose A, B are distinct, non empty proper subset of X . What condition must be satisfied so that $T = \{\emptyset, X, A, B\}$ may be a topology on X]
 ৭। প্রমাণ কর যে, কোনো হাউজডর্ফ জগতের প্রত্যেক সংবদ্ধ উপসেট আবদ্ধ। [Prove that, every compact subset of a Hausdorff space is closed]

গ-বিভাগ

- ১০। মেট্রিক জগতে অবিচ্ছিন্ন চিত্রণের সংজ্ঞা দাও। মনে কর, (X, d) ও (Y, p) দুইটি মেট্রিক জগত। তবে প্রমাণ কর যে, $f: X \rightarrow Y$ চিত্রণটি $x_0 \in X$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $x_n \rightarrow x_0 \Rightarrow f(x_n) \rightarrow f(x_0)$ হয়। [Define continuous mapping in metric spaces. Let (X, d) and (Y, p) be metric spaces. Then prove that, the map $f: X \rightarrow Y$ is continuous at $x_0 \in X$ if and only if $x_n \rightarrow x_0 \Rightarrow f(x_n) \rightarrow f(x_0)$]
 ১১। যদি $X = \{p, q, r, s, t\}$ এ সংজ্ঞায়িত একটি টপোলজি $T = \{\emptyset, X, \{p\}, \{p, q\}, \{p, q, t\}, \{p, q, r, s\}, \{p, r, s\}\}$ এবং $A = \{r, s, t\}$ হয়, তাহলে A সেটের পুঞ্জবিন্দু, আবদ্ধক, অন্তঃস্থ বিন্দু, বহিঃস্থ বিন্দু ও সীমানা বিন্দুর সেট নির্ণয় কর। [Let $T = \{\emptyset, X, \{p\}, \{p, q\}, \{p, q, t\}, \{p, q, r, s\}, \{p, r, s\}\}$ be a topology on $X = \{p, q, r, s, t\}$. Determine limit points, closures interior, exterior and boundary of the set $A = \{r, s, t\}$]
 ১২। টপোলজি জগতে যুক্ত সেটের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, বাস্তব রেখা \mathbb{R} এর যেকোনো উপসেট যুক্ত হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি তা ব্যবধি হয়। [Define connected set in a topological space. Prove that any subset of real line \mathbb{R} is connected if and only if it is an interval]
 ১৩। গুণফল টপোলজি জগত কি? টিকোনভ্ উপপাদ্যটির বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [What is product topological space? State and prove Tychonoff's theorem]