NUH-2018

ক-বিভাগ

১। (ক) ট্রিভিয়াল মেট্রিক কী? [What is a trivial metric?]

(খ) সহ-গণনযোগ্য টপোলজি বলতে কী বুঝ? [What do you mean by a co-countable topology?]

(গ) টপোলজি এর ভিত্তি বলতে কী বুঝায়? [What is meant by a base of a topology?]

(ঘ) কখন টপোলজি জগতকে সম্পূর্ণরূপে অভিলম্ব বলা হয়? [When a topological space is called completely normal?]

(ঙ) টপোলজি জগতে পৃথকীকৃত সেট বলতে কী বুঝায়? [What is meant by separated sets in the topological space?]

(চ) কোন শর্তে টপোলজি জগতে (X, T) গণনযোগ্যভাবে সংবদ্ধ হবে? [Under what condition the topological space (X, T) will be countably compact?]

খ-বিভাগ

২। যদি (X, d) একটি মেট্রিক জগত হয়, তবে দেখাও যে, $d_1(x, y) =$ লঘুমান $\{1, d(x, y)\}$ দ্বারা বর্ণিত d_1, X এর উপর একটি মেট্রিক। [If (X, d) be a metric space, then show that d_1, defined by $d_1(x, y) =$ min $\{1, d(x, y)\}$ is also a metric on X.]

৩। $\varnothing-$ সহ $E_n = \{n, n+1, n+2, \ldots\ldots\}$ যেখানে $n \in \mathbb{N}$ আকারের $\mathbb{N}-$ এর সকল উপসেটের শ্রেণি T. দেখাও যে, $\mathbb{N}-$এর একটি টপোলজি T. [Let T be the class of subsets of $\mathbb{N}$ consisting of $\varnothing$ and all subsets of $\mathbb{N}$ of the form $E_n = \{n, n+1, n+2, \ldots\ldots\}$ with $n \in \mathbb{N}$. Show that T is a topology on $\mathbb{N}$.]

৪। প্রমাণ কর যে, হাউসডর্ফ জগতের প্রত্যেক অভিসারী অনুক্রমের একটি মাত্র সীমা বিন্দু আছে। [Prove that every convergent sequence in a Hausdorff space has a unique limit.]

৫। দেখাও যে, প্রত্যেক দ্বিতীয় গণনযোগ্য জগত পৃথকীকরণযোগ্য। [Show that every second countable space is separable.]

গ-বিভাগ

১০। দেখাও যে, একটি পূর্ণ মেট্রিক জগতের যেকোনো উপজগত পূর্ণ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি উপজগতটি বদ্ধ হয়। [Show that any subspace of a complete metric space is complete if and only if the subspace is closed.]

১১। দেখাও যে, টপোলজি জগত $X-$এর একটি উপসেট A বদ্ধ হবে যদি এবং কেবল যদি A সেটটি সকল পুঞ্জ বিন্দু ধারণ করে। [Show that a subset A of a topological space X is closed if and only if A contains of its accumulation points.]

১২। ধর, β একটি অশূন্যক সেট $X-$এর উপসেটসমূহের একটি সেট। প্রমাণ কর যে, $X-$এর উপর টপোলজি $T-$এর জন্য β একটি ভিত্তি হবে যদি এবং কেবল যদি–

(i) $X = \cup\{B : B \in \beta\}$;

(ii) যে কোনো $B_1, B_2 \in \beta$ এবং যেকোনো বিন্দু $x \in B_1 \cap B_2$ এর জন্য $\beta-$এর একটি সদস্য B_3 থাকবে যেন $x \in B_3$ এবং $B_3 \subset B_1 \cap B_2$ হয়। [Let β be a class of subsets of a non-empty set X. Then prove that β is a base for some topology T on X if and only if:

(i) $X = \cup\{B : B \in \beta\}$;

(ii) For any $B_1, B_2 \in \beta$ and any point $x \in B_1 \cap B_2$ there is a member B_3 of β such that $x \in B_3$ and $B_3 \subset B_1 \cap B_2$.]

১৩। ধর, $X-$একটি টপোলজি জগত এবং A, X এর একটি যুক্ত উপজগত। যদি $B, X-$এর একটি উপজগত হয়, যেন $A \subseteq B \subseteq \overline{A}$ হয়, তবে প্রমাণ কর B যুক্ত। বিশেষভাবে $\overline{A}$ যুক্ত। [Let X be a topological space and A be a connected subspace of X. If B is a subspace of X such that $A \subseteq B \subseteq \overline{A}$, then prove that B is connected. Particularly $\overline{A}$ is connected.]