NUH-2020

ক-বিভাগ

১। (ক) মেট্রিক জগতে খোলা গোলকের সংজ্ঞা দাও। [Define open sphere in a metric space.]

(খ) মেট্রিক জগতের একটি উপসেটের পুঞ্জ বিন্দু বলতে কী বুঝ? [What do you mean by limit point of a subset in a metric space?]

(গ) টপোজগতের একটি উপসেটের আবদ্ধকের সংজ্ঞা দাও। [Define closure of a subset in a topological space.]

(ঘ) আপেক্ষিক টপোলজি কী? [What is relative topology?]

(ঙ) টপোজগতের একটি উপসেটকে কখন সংবদ্ধ সেট বলা হয়? [When a subset of a topological space is said to be compact?]

(চ) টপোজগতের নর্মাল জগত কী? [What is normal space in a topological space?]

(ছ) টপোজগতের একটি ফাংশনকে কখন আনুক্রমিকভাবে অবিচ্ছিন্ন বলা হবে? [When a function is said to be sequentially continuous in a topological space?]

খ-বিভাগ

২। প্রমাণ কর যে, মেট্রিক জগতে প্রত্যেক উন্মুক্ত গোলক একটি উন্মুক্ত সেট। [Prove that every open sphere in a metric space is an open set.]

৩। ধরি ϕ সহ $\mathbb{N}$ এর $E_n = \{n, n+1, n+2, n+3, \ldots\}$ (যেখানে $n \in \mathbb{N}$) আকারের সকল উপসেটের শ্রেণি হলো T। দেখাও যে, T, $\mathbb{N}$ এর একটি টপোজগত। [Let T be the class consisting of ϕ and all those subsets of $\mathbb{N}$ of the form $E_n = \{n, n+1, n+2, n+3, \ldots\}$ where $n \in \mathbb{N}$. Show that T is a topology on $\mathbb{N}$.]

৪। ধরি (X, T_1) এবং (Y, T_2) দু'টি টপোজগত। দেখাও যে, $f: X \to Y$ চিত্রণটি অবিচ্ছিন্ন হবে যদি এবং কোনো কেবলমাত্র যদি X-এ $f^{-1}(F)$ আবদ্ধ হয় যেখানে Y-এ F আবদ্ধ। [Let (X, T_1) and (Y, T_2) be two topological spaces. Show that the mapping $f: X \to Y$ is continuous if and only if $f^{-1}(F)$ is closed in X for F is closed in Y.]

৫। দেখাও যে, $(0,1)$ সংবদ্ধ নয়। [Show that $(0,1)$ is not compact.]

গ-বিভাগ

১০। দেখাও যে, একটি পূর্ণ মেট্রিক জগতের যেকোনো উপজগত পূর্ণ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি উপজগতটি বদ্ধ হয়। [Show that any subspace of a complete metric space is complete iff the subspace is closed.]

১১। কোনো টপোজগত X-এর যেকোনো একটি উপসেট A-এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, $\bar{A} = \operatorname{int}(A) \cup b(A)$। [For any subset A of a topological space X prove that $\bar{A} = \operatorname{int}(A) \cup b(A)$.]

১২। মনে কর (X, d) একটি মেট্রিক জগত। দেখাও যে, (X, d_1) একটি মেট্রিক জগত হবে যেখানে সকল $x, y \in X$ এর জন্য $d_1(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$। [Let (X, d) be a metric space. Show that (X, d_1) is a metric space where $d_1(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$, $\forall x, y \in X$.]

১৩। প্রমাণ কর যে, একটি টপোজগত (X, T) নর্মাল হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি প্রত্যেক খোলা সেট H এবং বদ্ধ সেট F যেখানে $F \subset H$ এর জন্য একটি খোলা সেট G বিদ্যমান যেন $F \subset G \subset \bar{G} \subset H$। [Prove that a topological space (X, T) will be normal iff for every open set H and closed set F where $F \subset H$, there is an open set G such that $F \subset G \subset \bar{G} \subset H$.]