

NUH-2015

ক বিভাগ

- ১। (ক) সমতুল্য সম্পর্কের সংজ্ঞা দাও। [Define equivalence relation.]
- (খ) বাস্তব সংখ্যার সেট \mathbb{R} গুণন প্রক্রিয়ায় একটি গ্রুপ নয় কেন? [Why the set of real numbers \mathbb{R} is not a group under the binary operation multiplication?]
- (গ) একটি গুণাত্মক অবিনিমেয় গ্রুপের উদাহরণ দাও। [Give an example of a non-abelian multiplicative group.]
- (ঘ) প্রত্যাবর্তী গ্রুপ কী? [What is alternating group?]
- (ঙ) প্রকৃত উপ-গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define proper subgroup.]
- (চ) ল্যাগ্রাঞ্জের উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [State Lagrange's theorem.]
- (ছ) এমন একটি বিভাজিত গ্রুপের উদাহরণ দাও যেটি চক্রগ্রুপ কিন্তু মূল গ্রুপ চক্রগ্রুপ নয়। [Give an example to show that the quotient group is cyclic but the group is not cyclic.]
- (জ) একটি অসীম চক্রগ্রুপের স্বতন্ত্র সচিত্রণ সংখ্যা লেখ। [Write down the number of distinct automorphism of an infinite cyclic group.]
- (ঝ) বিনিমেয় রিং কী? [What is commutative ring?]
- (ঞ) মৌলিক আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। [Define prime ideal]
- (ট) অবশেষ উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [State the remainder theorem.]
- (ঠ) ফিল্ডের বৈশিষ্ট্যাংক কী? [What is characteristic of a field?]

খ-বিভাগ

- ২। গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। (G, \cdot) গ্রুপের জন্য বর্জন বিধি প্রমাণ কর। [Define group. Prove cancellation laws for the group (G, \cdot) .]
- ৩। উপগ্রুপের মৌলিক উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove fundamental theorem of subgroup.]
- ৪। উপগ্রুপের সূচক কী? প্রমাণ কর যে, মৌলিক ক্রমবিশিষ্ট গ্রুপের কোনো প্রকৃত উপগ্রুপ নেই। [What is the index of a subgroup? Prove that a group of prime order has no proper subgroup.]
- ৫। প্রমাণ কর যে, আবিলীয় গ্রুপের প্রত্যেক উপগ্রুপ অব্যয় উপগ্রুপ। [Prove that every subgroup of an abelian group is normal.]
- ৬। G হতে G' এ f একটি সার্বিক অনুচিত্রণ হলে প্রমাণ কর যে, f একটি সমচিত্রণ হবে যদি এবং কেবল যদি $\ker f = \{e\}$ হয়। [If f be a homomorphism of a group G onto the group G' then show that f is an isomorphism iff $\ker f = \{e\}$.]
- ৭। ধর, S একটি আইডিয়াল এবং T একটি উপ-রিং। তাহলে প্রমাণ কর যে, S হবে $S+T$ এর একটি আইডিয়াল। [Let S be an ideal and T be a subring, then prove that S is an ideal of $S+T$.]
- ৮। প্রমাণ কর যে, ফিল্ড \mathbb{Z}_2 এ বহুপদী $x^2 + x + 1$ অনুৎপাদকীয়। [Prove that the polynomial $x^2 + x + 1$ is irreducible over \mathbb{Z}_2 .]
- ৯। দেখাও যে, সমান সংখ্যক উপাদানবিশিষ্ট যে কোনো দুটি সসীম ফিল্ড সমচিত্রিক। [Show that any two finite fields having the same number of elements are isomorphic.]

গ-বিভাগ

- ১০। প্রমাণ কর যে, ম্যাট্রিক্সের সেট $A_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}$ গুণন প্রক্রিয়ায় একটি গ্রুপ। [Prove that the set of matrices $A_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}$ forms a group under matrix multiplication.]

- ১১। প্রমাণ কর যে, S সেটে সংজ্ঞায়িত n মাত্রার জোড় বিন্যাসের সেট A_n বিন্যাসের গুণন প্রক্রিয়ায় একটি সসীম অবিনিমেয় গ্রুপ। [Show that the set of all even permutations A_n of degree n defined on a set S forms a finite non-abelian group w.r.t permutation multiplication.]
- ১২। গ্রুপের উপাদানের ক্রমের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, একটি সসীম গ্রুপের ক্রম তার প্রত্যেক উপাদানের ক্রম দ্বারা বিভাজ্য। [Define order of an element of a group. Prove that the order of a finite group is always divisible by the order of each of its elements.]
- ১৩। গ্রুপের প্রথম সমচিহ্ন উপাদ্যটি বর্ণনা এবং প্রমাণ কর। [State and prove First isomorphism theorem for group.]
- ১৪। প্রমাণ কর যে, রিং $(R, +, \cdot)$ শূন্য ভাজকহীন হবে যদি এবং কেবল যদি বর্জন বিধি মেনে চলে। [Prove that a ring $(R, +, \cdot)$ is without zero divisors iff cancellation laws hold in it.]
- ১৫। উপ-রিং এর সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, প্রত্যেক আইডিয়াল উপ-রিং কিন্তু বিপরীতক্রমে সত্য নয়। [Define subring. Show that every ideal is a subring, but the converse is not true.]
- ১৬। R বিলোপন এলাকা হলে দেখাও যে, $R[x]$ ও একটি বিলোপন এলাকা। [If R is an integral domain, then show that $R[x]$ is also an integral domain.]
- ১৭। প্রমাণ কর যে, একটি ফিল্ড নির্ভর কোনো n ঘাতের বহুপদীর যে কোনো সম্প্রসারণ ফিল্ডে সর্বোচ্চ n সংখ্যক মূল থাকতে পারে। [Prove that a polynomial of degree n over a field can have at most n roots in any extension field.]