

NUH-2016

ক বিভাগ

- ১। (ক) অনুসমতা সম্পর্কে সংজ্ঞা দাও। [Define congruence relation.]
- (খ) গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define group.]
- (গ) চক্র গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define cyclic group.]
- (ঘ) নর্মাল উপ-গ্রুপ কী? [What is normal sub-group?]
- (ঙ) ইন্টিগ্রাল ডোমেন এর সংজ্ঞা দাও। [Define integral domain.]
- (চ) প্রতিসম গ্রুপ কি? [What is symmetric group?]
- (ছ) যে গ্রুপের সৃজক i ঐ গ্রুপের মাত্রা কত? [What is the order of the group whose generator is i ?]
- (জ) বিভাজিত গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define quotient group.]
- (ঝ) গ্রুপের কার্নেলের সংজ্ঞা দাও। [Define kernel of a group.]
- (ঞ) বহুপদী রিং এর সংজ্ঞা দাও। [Define polynomial ring.]
- (ট) সসীম ফিল্ড সম্প্রসারণ-এর একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a finite field extension.]
- (ঠ) রিং অনুচিত্রণ কী? [What is ring homomorphism?]

খ বিভাগ

- ২। $T = \{a, b, c\}$ হয়, তবে দেখাও যে, T এর উপর $T \times T$ একটি সমতুল্যতা সম্পর্ক। [If $T = \{a, b, c\}$ then show that $T \times T$ is an equivalence relation of T .]
- ৩। প্রমাণ কর যে, ৪ মাত্রার প্রত্যেক গ্রুপ অ্যাবেলিয়ান গ্রুপ। [Prove that every group of order 4 is an abelian group.]
- ৪। মনে কর (G, o) একটি গ্রুপ। প্রমাণ কর যে- [Let (G, o) be a group then show that]-

$$(i) (a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}; \quad (ii) (a^{-1})^{-1} = a \quad \forall a, b \in G$$

- ৫। প্রমাণ কর যে, কোনো চক্র গ্রুপের প্রত্যেকটি উপগ্রুপ চক্র হবে। [Prove that every sub-group of a cyclic group is cyclic.]
- ৬। মনে কর $(G, 0)$ গ্রুপের দু'টি উপাদান a, x । প্রমাণ কর যে, $0(a) = 0(x^{-1}ax)$ । [Let a and x are two elements of a group $(G, 0)$. then prove that $0(a) = 0(x^{-1}ax)$.]
- ৭। প্রমাণ কর যে, একটি সসীম ইন্টিগ্রাল ডোমেন একটি ফিল্ড। [Prove that a finite integral domain is a field.]
- ৮। প্রমাণ কর যে, স্প্লিটিং ফিল্ডসমূহ বীজগণিতীয় সম্প্রসারণ। [Show that splitting fields are algebraic extension.]
- ৯। ইউক্লিডিয় রিং কি? দেখাও যে প্রত্যেক ইউক্লিডিয় রিং মুখ্য আইডিয়াল রিং। [What is Euclidean ring? Show that every Euclidean ring is a principal ideal ring.]

গ-বিভাগ

- ১০। একটি গ্রুপের উপ-গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, একটি গ্রুপ G এর অশূন্যক উপসেট H একটি উপগ্রুপ হবে যদি এবং কেবল যদি [Define sub-group of a group. Show that a non-empty subset H of a group G is a sub-group of G iff]
- $$(i) a, b \in H \Rightarrow ab \in H; \quad (ii) a \in H \Rightarrow a^{-1} \in H, \quad \forall a, b \in H$$
- ১১। ল্যাগরাঞ্জ উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ দাও। এর বিপরীত উপপাদ্যটি কি সর্বদা সত্য? উত্তরের যথার্থতা দেখাও। [State and prove Lagrange's theorem. Is the converse of this theorem always true? Justify your answer.]
- ১২। দ্বিতীয় সমচিত্রণ নিয়মটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove second isomorphism thorem for group.]
- ১৩। দেখাও যে, প্রত্যেক সসীম গ্রুপ G বিন্যাস গ্রুপের সমচিত্রিক। [Show that every finite group G is isomorphic to a permutation group.]

- ১৪। মনে কর, R এবং T দুটি রিং এবং $f: R \rightarrow T$ একটি রিং অনুচিত্রণ। প্রমাণ কর যে, $\frac{R}{\ker f} \cong \text{Im } f$ । [Let R and T be two rings and $f: R \rightarrow T$ be a ring homomorphism. Prove that $\frac{R}{\ker f} \cong \text{Im } f$.]
- ১৫। রিং এর বৈশিষ্ট্যের সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, একটি ইন্টিগ্রাল ডোমেনের বৈশিষ্ট্য শূন্য বা মৌলিক সংখ্যা হবে। [Define characteristic of a ring. Prove that characteristic of an integral domain is either zero or a prime number.]
- ১৬। ইউনিক ফ্যাক্টরাইজেশন উপপাদ্যের বর্ণনা ও প্রমাণ দাও। [State and prove the Unique Factorization Theorem.]
- ১৭। $F[x]$ এর দুইটি বহুপদী $P(x)$ এবং $g(x) \neq 0$ দেয়া আছে। দেখাও যে, $F[x]$ এর দুইটি বহুপদী $q(x)$ ও $r(x)$ আছে যেন $P(x) = q(x)g(x) + r(x)$, যেখানে $r(x) = 0$ অথবা $r(x)$ এর মাত্রা $< g(x)$ এর মাত্রা। [Given two polynomials $P(x)$ and $g(x) \neq 0$ in $F[x]$. Show that two polynomial $q(x)$ and $r(x)$ in $F[x]$ such that $P(x) = q(x)g(x) + r(x)$, where or $\deg r(x) < \deg g(x)$.]