

## NUH-2020

## ক-বিভাগ

- ১। (ক) সমতুল্য সম্পর্ক সংজ্ঞায়িত কর। [Define equivalence relation.]
- (খ)  $(G, \circ) = \{1, -1, i, -i\}$  গ্রুপের ক্রম কত? [What is the order of the group  $(G, \circ) = \{1, -1, i, -i\}$ ?]
- (গ) উপ গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define subgroup.]
- (ঘ) অব্যয় উপ গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define normal subgroup.]
- (ঙ) প্রতিসম গ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define symmetric group.]
- (চ) কোসেট কী? [What is coset?]
- (ছ) এককসহ রিং সংজ্ঞায়িত কর। [Define ring with unity.]
- (জ) রিং অনুচিত্রণ কী? [What is ring homomorphism?]
- (ঝ) মুখ্য আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। [Define principal ideal.]
- (ঞ) ইন্টিগ্রাল ডোমেনের সংজ্ঞা দাও। [Define integral domain.]
- (ট) বহুপদী রিং সংজ্ঞায়িত কর। [Define polynomial ring.]
- (ঠ) ফিল্ডের বীজগণিতীয় সম্প্রসারণ কী? [What is algebraic extension of a field.]

## খ-বিভাগ

- ২। যদি  $G$  একটি গ্রুপ হয় তবে দেখাও যে,  $G$ -এর অভেদ উপাদান অনন্য। [If  $G$  is a group then show that the identity element of  $G$  is unique.]
- ৩। প্রমাণ কর যে, ৪ ক্রমের প্রত্যেক গ্রুপ অ্যাবেলিয়ান গ্রুপ। [Prove that every group of order 4 is an abelian group.]
- ৪। যদি  $H$  এবং  $K$ , গ্রুপ  $G$  এর দুটি উপগ্রুপ হয় তাহলে দেখাও যে,  $HK$ , গ্রুপ  $G$  এর একটি উপগ্রুপ হবে যদি এবং কেবল যদি  $HK = KH$  হয়। [If  $H$  and  $K$  are two subgroups of group  $G$  then show that  $HK$  is a subgroup of  $G$  iff  $HK = KH$ .]
- ৫। কোনো গ্রুপ  $G$  এর একটি উপগ্রুপ  $H$  এর সূচক ২ হলে দেখাও যে,  $H$  একটি অব্যয় উপগ্রুপ। [Prove that a subgroup  $H$  of index 2 in a group  $G$  is a normal subgroup.]
- ৬। দেখাও যে, প্রত্যেক ফিল্ড একটি ইন্টিগ্রাল ডোমেন। [Prove that every field is an integral domain.]

- ৭। যদি রিং  $R$  এর প্রত্যেক উপাদান সমঘাতী হয় তবে দেখাও যে,  $R$  অবশ্যই বিনিময়ী রিং হবে। [If each element of a ring  $R$  is idempotent then show that  $R$  must be a commutative ring.]
- ৮। প্রমাণ কর যে,  $\mathbb{Z}$  এর প্রত্যেক আইডিয়াল মুখ্য আইডিয়াল। [Prove that every ideal in  $\mathbb{Z}$  is principal ideal.]
- ৯। ধর  $f:G \rightarrow G'$  একটি গ্রুপ অনুচিত্রণ তাহলে প্রমাণ কর যে, অনুচিত্র  $f(G)$ , গ্রুপ  $G'$  এর একটি উপগ্রুপ। [Let  $f:G \rightarrow G'$  be a group homomorphism then prove that the homomorphic image  $f(G)$  is a subgroup of  $G'$ .]

## গ-বিভাগ

- ১০। গ্রুপের জন্য দ্বিতীয় সমচিত্রণ উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove second law of isomorphism for group.]
- ১১। ধর  $f:G \rightarrow G'$  একটি গ্রুপ অনুচিত্রণ তাহলে প্রমাণ কর যে, কার্নেল  $f$ ,  $G$  এর একটি অব্যয় উপগ্রুপ। [Let  $f:G \rightarrow G'$  be a group homomorphism then prove that  $\text{Ker } f$  is a normal subgroup of  $G$ .]
- ১২। কেইলীর উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Cayley's theorem.]
- ১৩। প্রমাণ কর যে, মুখ্য আইডিয়াল ডোমেনের প্রত্যেক অলঘুকরণযোগ্য উপাদান মৌলিক। [Prove that every irreducible element of principle ideal domain is prime.]
- ১৪। প্রমাণ কর যে, কোনো রিং  $R$  এর একটি অশূন্যক উপসেট  $S$  একটি উপরিং হবে যদি এবং কেবল যদি (i)  $a, b \in S \Rightarrow a - b \in S$  (ii)  $a, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S$  হয়। [Prove that a non-empty subset  $S$  is a sub ring of  $R$  iff (i)  $a, b \in S \Rightarrow a - b \in S$  (ii)  $a, b \in S \Rightarrow a \cdot b \in S$ .]
- ১৫। ধর  $D$  একটি ইন্টিগ্রাল ডোমেন এবং  $I$  হলো  $D$  এর একটি আইডিয়াল তাহলে দেখাও যে,  $D/I$  একটি ইন্টিগ্রাল ডোমেন হবে যদি এবং কেবল যদি  $I$ ,  $D$  এর মধ্যে প্রাইম আইডিয়াল হয়। [Let  $D$  be an integral domain and let  $I$  be an ideal of  $D$  then show that  $D/I$  is an integral domain iff  $I$  is a prime ideal in  $D$ .]
- ১৬। মনে কর  $R$  এবং  $T$  দুটি রিং এবং  $f:R \rightarrow T$  একটি রিং অনুচিত্রণ। প্রমাণ কর যে,  $\frac{R}{\text{Ker } f} \cong \text{Im } f$ । [Let  $R$  and  $T$  be two rings and  $f:R \rightarrow T$  be a ring homomorphism. Prove that,  $\frac{R}{\text{Ker } f} \cong \text{Im } f$ .]
- ১৭। ইউনিক ফ্যাক্টোরাইজেশন উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove unique factorization theorem.]